＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 点 A$(-1,\ -3)$ から円 $x^2+y^2=5$ に接線を引くと，接点の座標は $(-\boxed{\text{セ}},\ -\boxed{\text{ソ}})$ と $(\boxed{\text{タ}},\ -\boxed{\text{チ}})$ である．また，2 本の接線と円で囲まれた部分（ただし，円の内部を含まない）の面積は，$\boxed{\text{ツ}}-\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\pi$ である．

（東京経済大学　2016）

$\boxed{2}$ 直線 $\ell : (1+\sqrt{3})x+(1-\sqrt{3})y=4$ が，曲線 $C : x^2+y^2=r^2\ (r>0,\ x \geqq 0)$ に接する．次の問いに答えよ．

(1) r の値を求めよ．

(2) 点 A$(a,\ 1)$ が直線 ℓ 上の点であるとき，a の値を求めよ．

(3) (2) で求めた点 A から曲線 C に引いた ℓ 以外の接線 m の方程式を求めよ．

(4) 曲線 C と 2 つの接線 ℓ，m で囲まれた図形の面積を求めよ．

（県立広島大学　2012）

$\boxed{3}$ kを実数とし，円 $x^2+y^2=1$ と直線 $x+2y=k$ が異なる 2 点で交わるものとする．その 2 つの交点を P，Q とする．次の問いに答えよ．

(1) k の値の範囲を求めよ．

(2) 2 点 P，Q を通る円の中心は直線 $y=2x$ 上にあることを示せ．

(3) 上の (2) の円の中心を $(a,\ 2a)$，半径を r とする．r^2 を a と k で表せ．

(4) 点 R の座標を (2, 1) とする．k の値が (1) で求めた範囲を動くとき，3 点 P，Q，R を通る円の中心の x 座標の範囲を求めよ．

（長崎大学　2014）

0002320639767999

東京経済大学

2016年 全学部 第3問

数理 石井K

3 点A$(-1,\ -3)$から円$x^2+y^2=5$に接線を引くと，接点の座標は$(-\boxed{セ}_{2},\ -\boxed{ソ}_{1})$と$(\boxed{タ}_{1},\ -\boxed{チ}_{2})$である．また，2本の接線と円で囲まれた部分（ただし，円の内部を含まない）の面積は，$\boxed{ツ}_{5}-\dfrac{\boxed{テ}_{5}}{\boxed{ト}_{4}}\pi$ である．

点Aは円上の点ではない

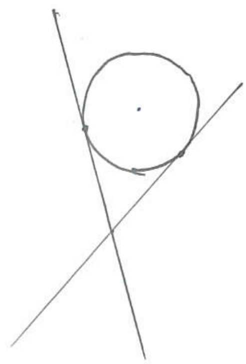
接点を(s,t)とおくと．これは円上にあるので $s^2+t^2=5$ …①

このとき．接線は $sx+ty=5$ と表される．

これは点Aを通るので，

$-s-3t=5$ 　　$\therefore s=-3t-5$ …②

②を①に代入して． $(-3t-5)^2+t^2=5$



$\therefore\ 10t^2+30t+20=0$

$t^2+3t+2=0$

$(t+1)(t+2)=0$

$\therefore t=-1,-2$

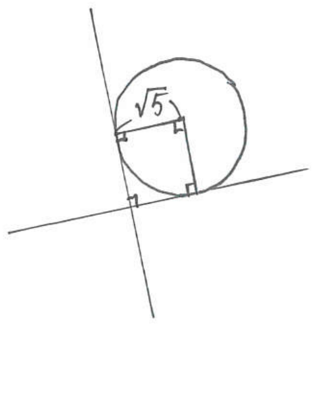
②より． $(s,t)=\underline{(-2,-1),(1,-2)}$ //

このとき 2つの接線は． $y=-2x-5$ と． $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

これらは垂直に交わる．さらに接点と円の中心を結ぶ

線分は接線に垂直に交わるから

右図のようになる．



よって．正方形からおうぎ形を引けばよい

$(\sqrt{5})^2-\pi(\sqrt{5})^2\times\frac{1}{4}=\underline{5-\frac{5}{4}\pi}$ //

00000324725769999

県立広島大学

2012年 第2問

$\boxed{2}$ 直線$\ell:(1+\sqrt{3})x+(1-\sqrt{3})y=4$が，曲線$C:x^2+y^2=r^2\,(r>0,\ x\geqq 0)$に接する．次の問いに答えよ．

(1) rの値を求めよ．

(2) 点A$(a,\ 1)$が直線ℓ上の点であるとき，aの値を求めよ．

(3) (2)で求めた点Aから曲線Cに引いたℓ以外の接線mの方程式を求めよ．

(4) 曲線Cと2つの接線ℓ，mで囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) ℓとCが接する $\iff$ ℓと原点とのキョリがr

$$\therefore \frac{|-4|}{\sqrt{(1+\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}}=r$$

$\therefore 4=2\sqrt{2}\,r \qquad \therefore \underline{r=\sqrt{2}}$ //

(2) $(1+\sqrt{3})a+(1-\sqrt{3})\cdot 1=4$

$\therefore a=\dfrac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\underline{\sqrt{3}}$ //

(3) 接点を(s,t)とおくと，Cの接線は

$sx+ty=2$と表され，これがA$(\sqrt{3},1)$を通るから

$\sqrt{3}s+t=2 \cdots ①$

また，(s,t)はC上の点より，

$s^2+t^2=2 \cdots ②$

①を②に代入して．$s^2+(2-\sqrt{3}s)^2=2$

$\therefore 2s^2-2\sqrt{3}s+1=0 \qquad \therefore s=\dfrac{\sqrt{3}\pm 1}{2},\ t=\dfrac{1\mp\sqrt{3}}{2}$ (複号同順)

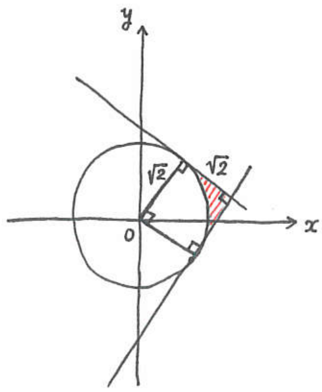
$\therefore$ 接線は，$\underbrace{(\sqrt{3}+1)+(1-\sqrt{3})y=4}_{\ell}$ と $(\sqrt{3}-1)x+(1+\sqrt{3})y=4$

$\therefore \underline{m:(\sqrt{3}-1)x+(1+\sqrt{3})y=4}$ //

(4) $(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)+(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=0$ より，$\ell\perp m$

$\therefore$ 右図のようになり，

$S=(\sqrt{2})^2-\pi(\sqrt{2})^2\cdot\dfrac{1}{4}=\underline{2-\dfrac{\pi}{2}}$ //



0001934185608999

長崎大学

2014年 医学部 第1問

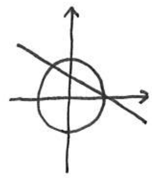
$\boxed{1}$ kを実数とし，円 $x^2+y^2=1$ と直線 $x+2y=k$ が異なる2点で交わるものとする．その2つの交点をP，Qとする．次の問いに答えよ．

(1) kの値の範囲を求めよ．

(2) 2点P，Qを通る円の中心は直線 $y=2x$ 上にあることを示せ．

(3) 上の(2)の円の中心を $(a,\ 2a)$，半径をrとする．r^2をaとkで表せ．

(4) 点Rの座標を$(2,\ 1)$とする．kの値が(1)で求めた範囲を動くとき，3点P，Q，Rを通る円の中心のx座標の範囲を求めよ．



(1) 点と直線のキョリ公式より. $\dfrac{|-k|}{\sqrt{1^2+2^2}} < 1$ (円の半径) $\therefore |k| < \sqrt{5}$

$\therefore \underline{-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}}$ //

(2) $P\left(\alpha,\ \dfrac{k-\alpha}{2}\right)$, $Q\left(\beta,\ \dfrac{k-\beta}{2}\right)$ とおける

α, β は $x^2+\left(\dfrac{k-x}{2}\right)^2=1$ すなわち, $5x^2-2kx+k^2-4=0$ の解なので,

解と係数の関係より, $\alpha+\beta=\dfrac{2}{5}k$, $\alpha\beta=\dfrac{k-4}{5}$

$\therefore$ P, Q の中点は $\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2},\ \dfrac{2k-(\alpha+\beta)}{4}\right)=\left(\dfrac{k}{5},\ \dfrac{2}{5}k\right)$

(また, $\beta-\alpha=\dfrac{2k+\sqrt{D}}{10}-\dfrac{2k-\sqrt{D}}{10}=\dfrac{\sqrt{D}}{5}=\dfrac{4\sqrt{5-k^2}}{5}$ ($\beta>\alpha$ とした)) 使わなかった

$\therefore$中点を通り, PQに垂直な直線は $y=2\left(x-\dfrac{k}{5}\right)+\dfrac{2}{5}k$ $\therefore y=2x$ ▨

(3) 点と直線のキョリ公式より, (点$(a, 2a)$ と直線 $x+2y=k$ に対して使う)

$\left(\dfrac{|a+4a-k|}{\sqrt{1^2+2^2}}\right)^2 = r^2-\dfrac{PQ^2}{4}$ $\therefore r^2=\dfrac{(5a-k)^2}{5}+\dfrac{5-k^2}{5}$ $\underline{r^2=5a^2-2ka+1}$ //

(4) (2),(3)より. 円は. $(x-a)^2+(y-2a)^2=5a^2-2ka+1$

これが $R(2,1)$ を通るので, $(2-a)^2+(1-2a)^2=5a^2-2ka+1$

$\therefore a=\dfrac{2}{4-k}$ (1)より $-\sqrt{5}<k<\sqrt{5}$ なので,

$\dfrac{2}{4+\sqrt{5}} < a < \dfrac{2}{4-\sqrt{5}} \iff \underline{\dfrac{8-2\sqrt{5}}{11} < a < \dfrac{8+2\sqrt{5}}{11}}$ //