＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 数列 $\{a_n\}$ を条件

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n^2 \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

によって定める．

(1) $f(x) = px^2 + qx + r$ とするとき

$$a_{n+1} + f(n+1) = 2(a_n + f(n)) \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

が成り立つような実数 p，q，r を求めよ．

(2) 一般項 a_n を求めよ．

（学習院大学　2017）

2 次の問いに答えよ．

(1) n を自然数とするとき，和

$$\sum_{k=2n}^{3n} (3k^2 + 5k - 1)$$

を n の整式として表せ．ただし，答えは n について降べきの順に整理すること．

(2) 12^{40} は何桁の数であるか答えよ．ただし，整数は 10 進法で表すものとし，$\log_{10} 2 = 0.301$，$\log_{10} 3 = 0.477$ とする．

（学習院大学　2016）

3 $f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x \ (0 \leqq x \leqq 2\pi)$ とする．

(1) $t = \sin x + \cos x$ とおき，$f(x)$ を t の関数で表せ．

(2) t の取り得る値の範囲を求めよ．

(3) $f(x)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ．

（北海道大学　2013）

0002203816977999

学習院大学

2016年 経済学部 第1問

1 次の問いに答えよ．

(1) nを自然数とするとき，和

$$\sum_{k=2n}^{3n}(3k^2+5k-1)$$

をnの整式として表せ．ただし，答えはnについて降べきの順に整理すること．

(2) 12^{40}は何桁の数であるか答えよ．ただし，整数は10進法で表すものとし，$\log_{10}2=0.301$，$\log_{10}3=0.477$とする．

(1) $(与式) = \sum_{k=1}^{3n}(3k^2+5k-1) - \sum_{k=1}^{2n-1}(3k^2+5k-1)$

$= 3\cdot\frac{1}{6}\cdot 3n(3n+1)(6n+1) + 5\cdot\frac{1}{2}\cdot 3n(3n+1) - 3n - 3\cdot\frac{1}{6}(2n-1)(2n)(4n-1) - 5\cdot\frac{1}{2}\cdot(2n-1)\cdot 2n + 2n-1$

$= \frac{3}{2}n(18n^2+9n+1) + \frac{15}{2}n(3n+1) - 3n - n(8n^2-6n+1) - 5n(2n-1) + 2n-1$

$= 27n^3 + \frac{27}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + \frac{45}{2}n^2 + \frac{15}{2}n - 3n - 8n^3 + 6n^2 - n - 10n^2 + 5n + 2n - 1$

$= \underline{19n^3+32n^2+12n-1}$ //

(2) 12^{40}がn桁 $\iff 10^{n-1} \leqq 12^{40} < 10^n$

$\iff n-1 \leqq 40\log_{10}12 < n$

$\iff n-1 \leqq 40(2\log_{10}2 + \log_{10}3) < n$

$\iff n-1 \leqq 40(0.602+0.477) < n$

$\iff n-1 \leqq 43.16 < n$

$\therefore n = 44$　　よって，$\underline{44桁}$ //

2013年 文系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $f(x)=\sqrt{2}\sin x\cos x+\sin x+\cos x\ (0\leqq x\leqq 2\pi)$とする．

(1) $t=\sin x+\cos x$とおき，$f(x)$をtの関数で表せ．

(2) tの取り得る値の範囲を求めよ．

(3) $f(x)$の最大値と最小値，およびそのときのxの値を求めよ．

(1) $t^2=1+2\sin x\cos x$ より $\sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$

$\therefore f(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(t^2-1)+t$ $\quad\therefore \underline{f(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t^2+t-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$ //

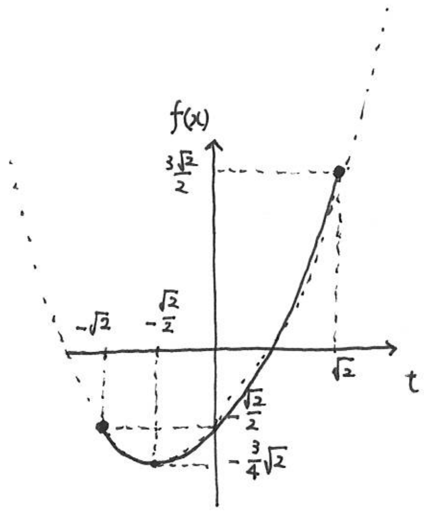
(2) $t=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ であり，$\dfrac{\pi}{4}\leqq x+\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{9}{4}\pi$ より．

$\underline{-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}}$ //

(3) (1) より

$$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}(t^2+\sqrt{2}t)-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(t+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\sqrt{2}$$



$\therefore$ 右のグラフより．

$f(x)$の $\begin{cases}\text{最大値は } \dfrac{3\sqrt{2}}{2}\ \left(x=\dfrac{\pi}{4}\right)\\ \text{最小値は } -\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\ \left(x=\dfrac{11}{12}\pi,\ \dfrac{19}{12}\pi\right)\end{cases}$ //

$t=\sqrt{2} \iff \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$

$\iff x=\dfrac{\pi}{4}$

$t=-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \iff \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{1}{2}$