

1 以下の問いに答えよ。

- (1) 6人を2人ずつ3組に分ける方法は何通りあるか。
- (2) 7人を2人, 2人, 3人の3組に分ける方法は何通りあるか。
- (3) A, B, C, D, E, F, G, Hの8人から7人を選び, さらにその7人を2人, 2人, 3人の3組に分ける. A, Bの2人がともに選ばれて, かつ同じ組になる確率を求めよ。

(岡山大学 2017)

2 次の確率を求めなさい。

- (1) さいころを2つ投げるとき, 出る目の最小公倍数が12になる確率。
- (2) さいころを2つ投げるとき, 出る目の最小公倍数が12以上になる確率。
- (3) さいころを3つ投げるとき, 出る目の最小公倍数が20になる確率。

(龍谷大学 2017)

3 さいころを続けて投げて, 数直線上の点Pを移動させるゲームを行う. 初め点Pは原点0にいる. さいころを投げるたびに, 出た目の数だけ, 点Pを現在の位置から正の向きに移動させる. この試行を続けて行い, 点Pが10に達するか越えた時点でゲームを終了する. n 回目の試行でゲームが終了する確率を p_n とする.

- (1) $p_{10} = \left(\frac{1}{6}\right)^9$ となることを示せ。
- (2) p_9 の値を求めよ。
- (3) p_3 の値を求めよ。

(北海道大学 2017)

4 n を2以上の自然数とする. さいころを n 回振り, 出た目の最大値 M と最小値 L の差 $M - L$ を X とする.

- (1) $X = 1$ である確率を求めよ。
- (2) $X = 5$ である確率を求めよ。

(京都大学 2017)

5 箱の中に1から n までの数字が1つずつかかれた n 枚のカードがある。この箱の中から1枚のカードを取り出して、数字を確かめてからもとにもどす。この試行を3回繰り返し、1回目、2回目、3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ X 、 Y 、 Z とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) $X = Y < Z$ になる場合の数を求めよ。
- (2) X 、 Y 、 Z のうち、少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ。
- (3) $X < Y < Z$ になる場合の数を求めよ。

(早稲田大学 2017)

6 次の条件(i)、(ii)をともに満たす正の整数 N をすべて求めよ。

- (i) N の正の約数は12個
 - (ii) N の正の約数を小さい方から順に並べたとき、7番目の数は12
- ただし、 N の約数には1と N も含める。

(東京工業大学 2017)

7 自然数 n に対して、 $3n^3 + n$ と $n^3 + 1$ の最大公約数を g とする。

- (1) すべての n について、 $g \neq 5$ であることを示せ。
- (2) $g = 14$ となるような n の最小値を求めよ。

(学習院大学 2017)

8 以下の問いに答えなさい。

- (1) x を自然数とする。このとき、 x^2 を4で割ったときの余りは、 x が偶数のときは0であり、 x が奇数のときは1であることを証明しなさい。
- (2) 自然数の組 (x, y) について、 $5x^2 + y^2$ が4の倍数ならば、 x, y はともに偶数であることを証明しなさい。
- (3) 自然数の組 (x, y) で $5x^2 + y^2 = 2016$ を満たすものをすべて求めなさい。

(慶應義塾大学 2016)

9 x, y を正の整数とする。

- (1) $17x - 36y = 1$ となる最小の x は である。
- (2) $17x^3 - 36y = 1$ となる最小の x は である。

(早稲田大学 2016)

10 n を4以上の自然数とする。数2, 12, 1331がすべて n 進法で表記されているとして、

$$2^{12} = 1331$$

が成り立っている。このとき n はいくつか。十進法で答えよ。

(京都大学 2016)

11 素数 p, q を用いて

$$p^q + q^p$$

と表される素数をすべて求めよ。

(京都大学 2016)

2016年 スポーツ科学学部 第1問

1 x, y を正の整数とする.(1) $17x - 36y = 1$ となる最小の x は $\boxed{\overset{17}{ア}}$ である.(2) $17x^3 - 36y = 1$ となる最小の x は $\boxed{\underset{5}{イ}}$ である.

(1) ユークリッドの互除法より

$$36 = 2 \times 17 + 2$$

$$17 = 8 \times 2 + 1$$

$$\text{よって, } 1 = 17 - 8(36 - 2 \times 17)$$

$$\therefore 17 \cdot 17 - 36 \cdot 8 = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$17x - 36y = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ より, } 17(x - 17) - 36(y - 8) = 0$$

$$\therefore 17(x - 17) = 36(y - 8)$$

17と36は互いに素なので、 $x - 17$ は36の倍数

$$\therefore x - 17 = 36k \quad (k: \text{整数}) \text{ と表せる}$$

$$\therefore x = 36k + 17$$

 x は正の整数より、最小のものは、 $x = 17$ //(2) (1)より、 $x = 36k + 17$ この値が立方数(整数の3乗)となる最小の k を求めればよい。ただし、 $k \geq 0$ とする。

$$k = 0 \text{ のとき, } x = 17 \quad \text{これは立方数でない}$$

$$k = 1 \text{ のとき, } x = 53 \quad \text{〃}$$

$$k = 2 \text{ のとき, } x = 89 \quad \text{〃}$$

$$k = 3 \text{ のとき, } x = 125 = 5^3$$

$$\therefore \text{最小の } x \text{ は, } \underline{x = 5} //$$