$\boxed{1}$ 2つの関数 $f(x)=-x^2+2x+3$，$g(x)=x^2-a^2$（ただし，$a>0$）について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x)>0$ を満たす整数 x の値を求めよ．

(2) $f(x)>0$，$g(x)<0$ を同時に満たす整数 x の個数と，そのときの定数 a の値の範囲を求めよ．

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) 原点を通る放物線 $y = x^2 + 2ax + b$ の頂点が直線 $y = 2x - 3$ 上にあるとき，a，b の値を求めよ．ただし，$a > 0$ とする．

(2) p を負の定数とする．(1) で求めた 2 次関数の $p \leqq x \leqq 0$ における最小値 m とそのときの x を求めよ．

$\boxed{3}$ 2次関数 $y = ax^2 - 2ax + b - 2$ のグラフを C とする．ただし，a，b は定数とする．このとき，次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ．

(1) C が2点 $(-2,\ 1)$，$(1,\ 4)$ を通るとき，

$$a = -\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}}, \quad b = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}$$

である．

(2) この関数の最大値が3であり，C が点 $(-1,\ 1)$ を通るとき，

$$a = -\frac{\boxed{26}}{\boxed{27}}, \quad b = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}}$$

である．

(3) C が x 軸と接し，点 $(3,\ 2)$ を通るとき，

$$a = \frac{\boxed{30}}{\boxed{31}}, \quad b = \frac{\boxed{32}}{\boxed{33}}$$

である．

(4) 区間 $0 \leqq x \leqq 4$ において，この関数の最大値が5，最小値が -2 であるとき，

$$a = \frac{\boxed{34}}{\boxed{35}}, \quad b = \frac{\boxed{36}}{\boxed{37}}, \quad \text{または} \quad a = -\frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}, \quad b = \frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}$$

である．

$\boxed{4}$ xについての2次関数 $f(x)=-x^2-2ax-2a+5$ $(x \geqq -1)$ の最大値を $g(a)$ とするとき，以下の各問いに答えよ．

(1) $g(a)$ を a の範囲で場合分けして，a で表せ．

(2) $g(a)$ の最小値を求めよ．

2016年 経済学部 第2問

$\boxed{2}$ 2つの関数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, $g(x) = x^2 - a^2$（ただし，$a > 0$）について，以下の問いに答えよ．

(1) $f(x) > 0$ を満たす整数 x の値を求めよ．

(2) $f(x) > 0$, $g(x) < 0$ を同時に満たす整数 x の個数と，そのときの定数 a の値の範囲を求めよ．

(1) $f(x) > 0$ より，$-x^2+2x+3>0$

$\therefore\ x^2-2x-3<0$

$(x-3)(x+1)<0$

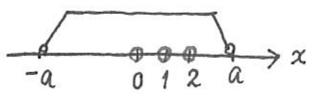
$\therefore\ -1<x<3$

これをみたす整数 x は．$\underline{x=0,1,2}$ //

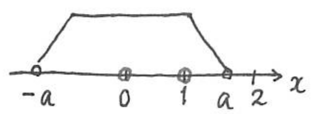
(2) $g(x)<0$ より，$x^2-a^2<0$

$\therefore\ x^2<a^2$

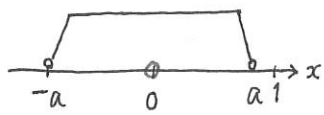
$a>0$ なので，$-a<x<a$



(i) 3個のとき



(ii) 2コのとき．



(iii) 1コのとき

(i) x の個数が3となるとき．

$2<a$

(ii) 2コのとき．

$1<a\leqq 2$

(iii) 1コのとき．

$0<a\leqq 1$

(i)〜(iii) より

$$\begin{cases} 3\text{個}\ (a>2\text{のとき}) \\ 2\text{個}\ (1<a\leqq 2\text{のとき}) \\ 1\text{個}\ (0<a\leqq 1\text{のとき}) \end{cases}$$ //

2016年 工・情報・環境学部 (A) 第7問

数理 石井K

7 次の問いに答えよ．

(1) 原点を通る放物線 $y = x^2 + 2ax + b$ の頂点が直線 $y = 2x - 3$ 上にあるとき，a，b の値を求めよ．ただし，$a > 0$ とする．

(2) p を負の定数とする．(1) で求めた2次関数の $p \leqq x \leqq 0$ における最小値 m とそのときの x を求めよ．

(1) 原点を通ることより，$b=0$

このとき，$y=(x+a)^2-a^2$ となるので頂点は $(-a, -a^2)$

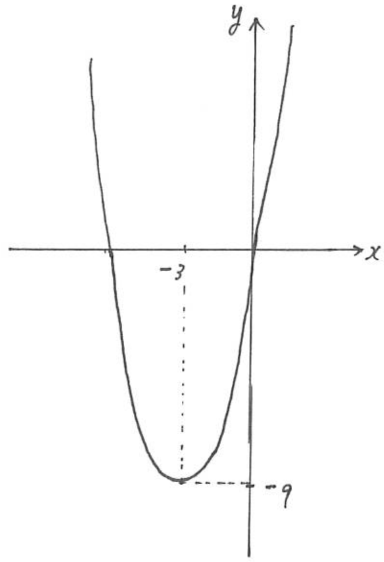
これが $y=2x-3$ 上にあるので，$-a^2=-2a-3$

$\therefore (a-3)(a+1)=0$ 　　$a>0$ より $a=3$ 　　$\therefore \underline{a=3,\ b=0}$ //

(2) $y=x^2+6x$

$=(x+3)^2-9$

$\therefore$ 頂点は $(-3, -9)$



(i) $-3<p<0$ のとき，

$x=p$ のとき最小値 $m=p^2+6p$ をとる

(ii) $p \leqq -3$ のとき，

$x=-3$ のとき，最小値 $m=-9$ をとる．

(i)，(ii) より，

$$\begin{cases} -3<p<0 \text{ のとき，} m=p^2+6p \ (x=p) \\ p \leqq -3 \text{ のとき，} m=-9 \ (x=-3) \end{cases}$$ //

広島経済大学

2016年 2期 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 2次関数 $y=ax^2-2ax+b-2$ のグラフを C とする．ただし，a，b は定数とする．このとき，次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ．

(1) C が2点 $(-2,\ 1)$，$(1,\ 4)$ を通るとき，

$$a=-\frac{\boxed{22}\ 1}{\boxed{23}\ 3},\quad b=\frac{\boxed{24}\ 17}{\boxed{25}\ 3}$$

である．

(2) この関数の最大値が3であり，C が点 $(-1,\ 1)$ を通るとき，

$$a=-\frac{\boxed{26}\ 1}{\boxed{27}\ 2},\quad b=\frac{\boxed{28}\ 9}{\boxed{29}\ 2}$$

である．

(3) C が x 軸と接し，点 $(3,\ 2)$ を通るとき，

$$a=\frac{\boxed{30}\ 1}{\boxed{31}\ 2},\quad b=\frac{\boxed{32}\ 5}{\boxed{33}\ 2}$$

である．

(4) 区間 $0\leqq x\leqq 4$ において，この関数の最大値が5，最小値が -2 であるとき，

$$a=\frac{\boxed{34}\ 7}{\boxed{35}\ 9},\quad b=\frac{\boxed{36}\ 7}{\boxed{37}\ 9}\quad \text{または}\quad a=-\frac{\boxed{38}\ 7}{\boxed{39}\ 9},\quad b=\frac{\boxed{40}\ 56}{\boxed{41}\ 9}$$

である．

(1) それぞれ代入して，

$$\begin{cases}1=4a+4a+b-2\\4=a-2a+b-2\end{cases}\iff\begin{cases}8a+b=3\\-a+b=6\end{cases}$$

$\therefore\ \underline{a=-\frac{1}{3},\ b=\frac{17}{3}}$ //

(2) $y=a(x-1)^2-a+b-2$

$\therefore\ a<0$ かつ $-a+b-2=3\ \cdots$①

$1=a+2a+b-2\quad \therefore 3a+b=3\ \cdots$②

①，②より，$\underline{a=-\frac{1}{2},\ \frac{9}{2}}$ //

(3) 判別式を D とすると，$D/4=a^2-a(b-2)=0$

$\therefore\ a(a-b+2)=0$

$a\neq 0$ より，$a-b=-2\ \cdots$③

$2=9a-6a+b-2\quad\therefore\ 3a+b=4\ \cdots$④

③，④より，$\underline{a=\frac{1}{2},\ b=\frac{5}{2}}$ //

(4) $y=a(x-1)^2-a+b-2$

$a>0$ のとき
$$\therefore\begin{cases}\text{最大値}\ 16a-8a+b-2=5\\\text{最小値}\ -a+b-2=-2\end{cases}$$
または

$a<0$ のとき
$$\begin{cases}\text{最大値}\ -a+b-2=5\\\text{最小値}\ 16a-8a+b-2=-2\end{cases}$$

$\therefore\ \underline{a=\frac{7}{9},\ b=\frac{7}{9}\ \text{または，}\ a=-\frac{7}{9},\ b=\frac{56}{9}}$ //

昭和大学

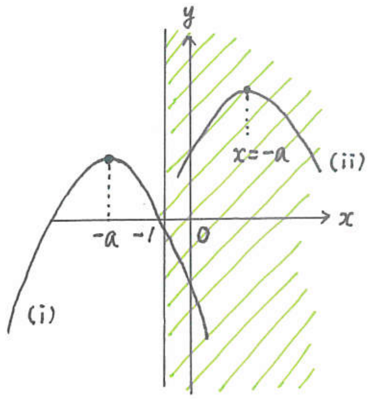
2016年 歯学部・薬学部・保健医療 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ x についての2次関数 $f(x)=-x^2-2ax-2a+5$ $(x \geqq -1)$ の最大値を $g(a)$ とするとき，以下の各問いに答えよ．

(1) $g(a)$ を a の範囲で場合分けして，a で表せ．

(2) $g(a)$ の最小値を求めよ．



(1) $f(x) = -(x^2+2ax)-2a+5$

$= -(x+a)^2+a^2-2a+5$

(i) $-a<-1$ すなわち $a>1$ のとき

右図の (i) より，$x=-1$ のとき最大

$\therefore\ g(a)=f(-1)=-1+2a-2a+5=4$

(ii) $-a \geqq -1$ すなわち $a \leqq 1$ のとき

頂点が範囲に含まれるので

$g(a)=a^2-2a+5$

(i), (ii) より，

$$g(a)=\begin{cases} 4 & (a>1\text{ のとき}) \\ a^2-2a+5 & (a \leqq 1\text{ のとき}) \end{cases}$$ //

(2) $a^2-2a+5=(a-1)^2+4$

$\therefore$ $g(a)$ の最小値は 4 $(a \leqq 1$ のとき$)$ //