＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次のデータは，ある高校3年生9人の100点満点の試験の結果である．

65，83，64，69，89，68，77，70，81

データを順に，x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_9 と表す．このとき，$\sum_{i=1}^{9}(x_i-\theta)^2$ を最小にする θ の値は $\boxed{\text{スセ}}$ である．また，$\sum_{i=1}^{9}\left|x_i-\theta\right|$ を最小にする θ の値は $\boxed{\text{ソタ}}$ である．

（東邦大学　2015）

2 2つの変量 x，y が下表で与えられるとき，以下の問いに答えよ．ただし，n は自然数とする．

No.	1	2	3	$\cdots$	n
x	1	3	5	$\cdots$	$2n-1$
y	2	4	6	$\cdots$	$2n$

(1) 変量 x の平均値 m_x と分散 s_x^2 を求めよ．

(2) 変量 x と変量 y の相関係数 r を求めよ．

(3) n 個の変量 x に，平均値 $2n$，分散 $4n^2$ からなる n 個のデータを加えた．この $2n$ 個からなるデータの平均値 m'_x と分散 s'^2_x をそれぞれ求めよ．

（岐阜薬科大学　2016）

3 2つの変量 x，y のデータが，n 個の x，y の値の組として

$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，$\cdots$，$(x_n,\ y_n)$

のように与えられているとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) x，y の平均値をそれぞれ $\overline{x}$，$\overline{y}$ とするとき，変量 x と y の共分散 s_{xy} は

$$s_{xy}=\frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n}x_ky_k\right)-\overline{x}\,\overline{y}$$

であることを示せ．

(2) これらのデータの間には，$y_k=ax_k+b$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ という関係があるとする．ただし，a，b は実数で，$a\neq 0$ である．変量 x の標準偏差 s_x は0でないとする．このとき，x と y の相関係数を求めよ．

（信州大学　2016）

4 2つの変量 x，y のデータが，n 個の x，y の値の組として，次のように与えられているとする．

$(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，$\cdots$，$(x_n,\ y_n)$

x_1，x_2，$\cdots$，x_n と y_1，y_2，$\cdots$，y_n の平均値をそれぞれ $\overline{x}$，$\overline{y}$，標準偏差をそれぞれ s_x，s_y とする．

定数 $a>0$ と b に対して，新しい変量 w を式 $w_i=ax_i+b$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ で定義するとき，以下の問いに答えよ．

(1) 新しい変量 w に対するデータ w_1，w_2，$\cdots$，w_n の平均値 $\overline{w}$ と標準偏差 s_w を，$\overline{x}$ と s_x を用いて表せ．

(2) w と y の相関係数は，x と y の相関係数に等しいことを示せ．

（成城大学　2017）

信州大学

2016年 経済学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 2つの変量 x, y のデータが, n 個の x, y の値の組として

$(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2),\ \cdots,\ (x_n,\ y_n)$

のように与えられているとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) x, y の平均値をそれぞれ $\overline{x}$, $\overline{y}$ とするとき, 変量 x と y の共分散 s_{xy} は

$$s_{xy} = \frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n} x_k y_k\right) - \overline{x}\,\overline{y}$$

であることを示せ.

(2) これらのデータの間には, $y_k = ax_k + b$ $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ という関係があるとする. ただし, a, b は実数で, $a \neq 0$ である. 変量 x の標準偏差 s_x は0でないとする. このとき, x と y の相関係数を求めよ.

(1) 共分散の定義より

$$S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})(y_k - \overline{y})$$ 展開する.

$$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k y_k - \overline{y}\cdot\underbrace{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k}_{=\overline{x}} - \overline{x}\cdot\underbrace{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k}_{=\overline{y}} + \frac{1}{n}\underbrace{\sum_{k=1}^{n}\overline{x}\,\overline{y}}_{=n\overline{x}\,\overline{y}}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n} x_k y_k\right) - \overline{y}\,\overline{x} - \overline{x}\,\overline{y} + \overline{x}\,\overline{y}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\sum_{k=1}^{n} x_k y_k\right) - \overline{x}\,\overline{y} \quad ▨$$

(2) $S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2 \cdots ①$ と $\overline{y} = a\overline{x} + b \cdots ②$ より

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(y_k - \overline{y})^2$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left\{ax_k + b - (a\overline{x} + b)\right\}^2 \quad (\because ②より)$$

$$= a^2\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2$$

$$= a^2 S_x^2 \quad (\because ①より)$$

また, $S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})(y_k - \overline{y})$

$$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})\left\{ax_k + b - (a\overline{x} + b)\right\}$$

$$= a\cdot\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2$$

$$= a\cdot S_x^2$$

よって, $r = \dfrac{S_{xy}}{\sqrt{S_x^2}\sqrt{S_y^2}} = \dfrac{a S_x^2}{|a| S_x^2} = \dfrac{a}{|a|}$

$$\therefore r = \begin{cases} 1 & (a > 0 のとき) \\ -1 & (a < 0 のとき) \end{cases}$$ //