

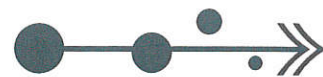
1 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$, $x-2$ で割ると余りが 3 となる. このとき, 次の問に答えよ.

(1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ.

(2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ.

(3) $P(x)$ が 5 次式で, $P(0) = -1$, $P(1) = -5$, $P(-2) = 11$ を満たすものとする. このとき, $P(x)$ を求めよ.

(立教大学 2011)



2011年 第2問

1枚目 / 2枚

 数理
石井K

2 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$, $x-2$ で割ると余りが 3 となる. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ.
 (2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ.
 (3) $P(x)$ が 5 次式で, $P(0) = -1$, $P(1) = -5$, $P(-2) = 11$ を満たすものとする. このとき, $P(x)$ を求めよ.

$$(1) P(x) = (x+1)^2 Q_1(x) + 5x+2 \quad \dots \textcircled{1}$$

ポイント n : 次式で割れる \Rightarrow 余りは $(n-1)$: 次式以下

$$P(x) = (x-2) Q_2(x) + 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

と表せるので, $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った商を $Q_3(x)$, 余りを $ax+b$ とすると,

$$P(x) = (x+1)(x-2) Q_3(x) + ax+b \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{ と } \textcircled{3} \text{ に } x = -1 \text{ を代入することで, } -a+b = -3 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \text{ と } \textcircled{3} \text{ に } x = 2 \text{ を代入することで, } 2a+b = 3 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より, } a = 2, b = -1 \quad \therefore \text{求める余りは, } \underline{2x-1} //$$

- (2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った商を $Q_4(x)$, 余りを Cx^2+dx+e とすると,

$$P(x) = (x+1)^2(x-2) Q_4(x) + Cx^2+dx+e$$

$P(x)$ を $(x+1)^2$ で割ると, $5x+2$ 余ることから, Cx^2+dx+e を $(x+1)^2$ で割ると,

$5x+2$ 余る.

$$\therefore \text{右の割り算より, } \begin{cases} d-2C = 5 \quad \dots \textcircled{6} \\ e-C = 2 \quad \dots \textcircled{7} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} C \\ x^2+2x+1 \overline{) Cx^2+dx+e} \\ \underline{Cx^2+2Cx+C} \\ (d-2C)x+e-C \end{array}$$

また, $P(x)$ を $x-2$ で割ると 3 余ることより, Cx^2+dx+e を

$$\underline{x-2 \text{ で割ると, } 3 \text{ 余る. すなわち } 4C+2d+e = 3 \quad \dots \textcircled{8}}$$

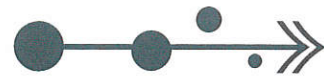
因数定理. (割り算でやってもいいが, 少々面倒)

$$\textcircled{6} \text{ より, } d = 2C+5, \textcircled{7} \text{ より, } e = C+2 \quad \text{これらを } \textcircled{8} \text{ に代入して,}$$

$$C = -1, d = 3, e = 1$$

$$\therefore \text{求める余りは, } \underline{-x^2+3x+1} //$$

2枚目につづく



2011年 第2問

2枚目 / 2枚

数理
石井K

2 整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$, $x-2$ で割ると余りが 3 となる. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ.
 (2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ.
 (3) $P(x)$ が 5 次式で, $P(0) = -1$, $P(1) = -5$, $P(-2) = 11$ を満たすものとする. このとき, $P(x)$ を求めよ.

ポイント

(3) (2) の結果より. 5次式だからといって $ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ などとすると大変! (2) を

$P(x) = (x+1)^2(x-2) \cdot Q_4(x) - x^2 + 3x + 1$ であるが, $P(x)$ が 5 次式であることから 便おう!

$Q_4(x)$ は 2 次式 となる.

$\therefore Q_4(x) = fx^2 + gx + h$ ($f \neq 0$) とおくと.

$$P(0) = -1 \text{ より, } -2h + 1 = -1 \quad \therefore h = 1 \dots \textcircled{9}$$

$$P(1) = -5 \text{ より, } -4(f+g+h) + 3 = -5 \quad \therefore f+g+h = 2 \dots \textcircled{10}$$

$$P(-2) = 11 \text{ より, } -4(4f-2g+h) - 9 = 11 \quad \therefore 4f-2g+h = -5 \dots \textcircled{11}$$

$$\textcircled{9}, \textcircled{10}, \textcircled{11} \text{ より, } f = -\frac{2}{3}, g = \frac{5}{3}, h = 1$$

$$\therefore P(x) = (x+1)^2(x-2) \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 1 \right) - x^2 + 3x + 1$$

$$= \underline{\underline{-\frac{1}{3}(x+1)^2(x-2)(2x+1)(x-3) - x^2 + 3x + 1}} //$$

問題研究

(2) は 微分することでも 解ける.

(積の微分を使うので 理系の人)

さすがに展開しなくても
よいだろ.