

1 ある駐車場には4つの駐車枠A, B, C, Dが, アルファベット順に1列に並んでいる. そして自動車は, 4台が順に入場して, 空いている枠に次の確率で駐車する.

(i) BとCのうち先着の自動車が隣の枠に駐車している枠, およびDには, 等しい確率で駐車する.

(ii) Aに駐車する確率, およびBとCのうち両隣が空いている枠に駐車する確率は, (i)の確率の3倍である.

このとき, 次の確率を求めよ. ただし, 1台目の自動車が入場するときには, 4つの枠はすべて空いている.

- (1) 1台目の自動車がAに駐車する確率
- (2) 3台目の自動車が入場したとき, BとDに自動車が駐車している確率
- (3) 4台目の自動車が入場したとき, Cに自動車が駐車していない確率

(旭川医科大学 2017)

2 n を2以上の自然数とする. n 人でじゃんけんをする. 各人はグー, チョキ, パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする. 勝者が1人に決まるまでじゃんけんを繰り返す. ただし, 負けた人はその後のじゃんけんには参加しない. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 1回目のじゃんけんで, 勝者がただ1人に決まる確率を求めよ.
- (2) 1回目のじゃんけんで, あいこになる確率を求めよ.
- (3) $n=5$ のとき, ちょうど2回のじゃんけんで, 勝者がただ1人に決まる確率を求めよ.

(信州大学 2016)


旭川医科大学

2017年 医学部 第4問

増田

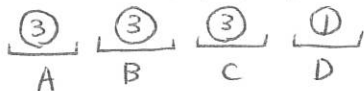
4 ある駐車場には4つの駐車枠 A, B, C, Dが、アルファベット順に1列に並んでいる。そして自動車は、4台が順に入場して、空いている枠に次の確率で駐車する。

- (i) BとCのうち先着の自動車が隣の枠に駐車している枠、およびDには、等しい確率で駐車する。
(ii) Aに駐車する確率、およびBとCのうち両隣が空いている枠に駐車する確率は、(i)の確率の3倍である。

このとき、次の確率を求めよ。ただし、1台目の自動車が入場するときには、4つの枠はすべて空いている。

- (1) 1台目の自動車がAに駐車する確率
(2) 3台目の自動車が入場したとき、BとDに自動車が駐車している確率
(3) 4台目の自動車が入場したとき、Cに自動車が駐車していない確率

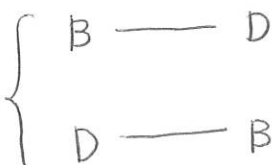
(1) 最初の状態で、A, B, C, Dの枠それぞれに停める比率は



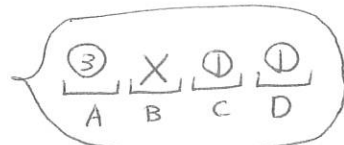
となる。Aに駐車する確率は $\frac{3}{3+3+3+1} = \frac{3}{10}$

(2) 1台目 2台目

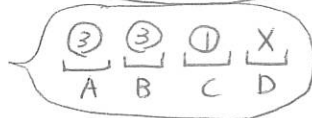
2通りの
どちらか



確率は $\frac{3}{10} \times \frac{1}{3+1+1}$



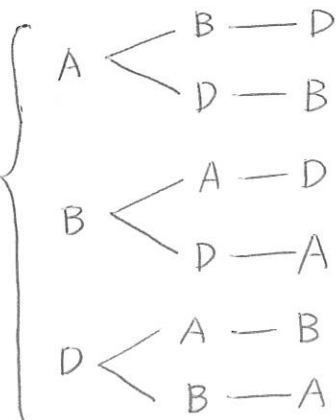
確率は $\frac{1}{10} \times \frac{3}{3+3+1}$



$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \times \frac{3}{7} = \frac{36}{350} = \frac{18}{175}$$

(3) 1台目 2台目 3台目

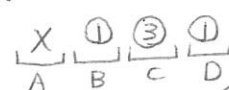
6通りの
いずれか



確率 $\frac{3}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

$\frac{3}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

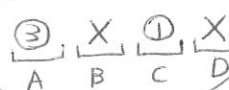
1台目がA



$\frac{3}{10} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$

$\frac{3}{10} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$

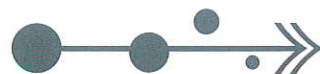
1台目B, 2台目D



$\frac{1}{10} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{10} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{4}$

6通りの確率をすべて足し合わせると
求める確率は $\frac{87}{350}$



2016年 経済学部 第4問

4 n を 2 以上の自然数とする. n 人でじゃんけんをする. 各人はグー, チョキ, パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする. 勝者が 1 人に決まるまでじゃんけんを繰り返す. ただし, 負けた人はその後のじゃんけんには参加しない. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 1 回目のじゃんけんで, 勝者がただ 1 人に決まる確率を求めよ.
 (2) 1 回目のじゃんけんで, あいこになる確率を求めよ.
 (3) $n = 5$ のとき, ちょうど 2 回のじゃんけんで, 勝者がただ 1 人に決まる確率を求めよ.

(1) 勝者の選び方が n 通り, 勝者の手の出し方が 3 通り (それにより敗者の手は自動的に決まる)

また, n 人のすべての手の出し方は 3^n 通りあるから

$$\frac{3n}{3^n} = \frac{n}{3^{n-1}} //$$

(2) 勝者が k 人に決まる確率は $\frac{nCk \cdot 3}{3^n} = \frac{nCk}{3^{n-1}}$ (ただし, $1 \leq k < n$)

$$\begin{aligned} \text{よて, あいこになるのは. } 1 - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{nCk}{3^{n-1}} &= 1 - \frac{1}{3^{n-1}} \sum_{k=1}^{n-1} nCk \\ &= 1 - \frac{1}{3^{n-1}} \left\{ \sum_{k=0}^n nCk - 2 \right\} \\ &= 1 - \frac{2^n - 2}{3^{n-1}} \quad (\text{二項定理より}) \\ &= \frac{3^{n-1} - 2^n + 2}{3^{n-1}} // \end{aligned}$$

(3) $n = 5$ のとき, (2) より あいこになるのは, $\frac{3^4 - 2^5 + 2}{3^4} = \frac{51}{81} = \frac{17}{27}$

(i) $5人 \rightarrow 5人 \rightarrow 1人$

$$\frac{17}{27} \times \frac{5}{81} = \frac{85}{3^7}$$

(iv) $5人 \rightarrow 2人 \rightarrow 1人$

$$\frac{5C2}{3^4} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3^5}$$

(ii) $5人 \rightarrow 4人 \rightarrow 1人$

$$\frac{5C4}{3^4} \times \frac{4}{3^3} = \frac{20}{3^7}$$

(i) ~ (iv) より

$$\frac{85}{3^7} + \frac{20}{3^7} + \frac{30}{3^6} + \frac{20}{3^5} = \frac{85+20+90+180}{3^7}$$

(iii) $5人 \rightarrow 3人 \rightarrow 1人$

$$\frac{5C3}{3^4} \times \frac{3}{3^2} = \frac{30}{3^6}$$

$$= \frac{125}{729} //$$