＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ ある駐車場には4つの駐車枠A，B，C，Dが，アルファベット順に1列に並んでいる．そして自動車は，4台が順に入場して，空いている枠に次の確率で駐車する．

（ｉ）BとCのうち先着の自動車が隣の枠に駐車している枠，およびDには，等しい確率で駐車する．

（ii）Aに駐車する確率，およびBとCのうち両隣が空いている枠に駐車する確率は，（ｉ）の確率の3倍である．

このとき，次の確率を求めよ．ただし，1台目の自動車が入場するときには，4つの枠はすべて空いている．

(1) 1台目の自動車がAに駐車する確率

(2) 3台目の自動車が入場したとき，BとDに自動車が駐車している確率

(3) 4台目の自動車が入場したとき，Cに自動車が駐車していない確率

（旭川医科大学　2017）

$\boxed{2}$ nを2以上の自然数とする．n人でじゃんけんをする．各人はグー，チョキ，パーをそれぞれ$\dfrac{1}{3}$の確率で出すものとする．勝者が1人に決まるまでじゃんけんを繰り返す．ただし，負けた人はその後のじゃんけんには参加しない．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 1回目のじゃんけんで，勝者がただ1人に決まる確率を求めよ．

(2) 1回目のじゃんけんで，あいこになる確率を求めよ．

(3) $n=5$のとき，ちょうど2回のじゃんけんで，勝者がただ1人に決まる確率を求めよ．

（信州大学　2016）

2017年 医学部 第4問

増田

$\boxed{4}$ ある駐車場には4つの駐車枠A，B，C，Dが，アルファベット順に1列に並んでいる．そして自動車は，4台が順に入場して，空いている枠に次の確率で駐車する．

（i）BとCのうち先着の自動車が隣の枠に駐車している枠，およびDには，等しい確率で駐車する．

（ii）Aに駐車する確率，およびBとCのうち両隣が空いている枠に駐車する確率は，（i）の確率の3倍である．

このとき，次の確率を求めよ．ただし，1台目の自動車が入場するときには，4つの枠はすべて空いている．

(1) 1台目の自動車がAに駐車する確率

(2) 3台目の自動車が入場したとき，BとDに自動車が駐車している確率

(3) 4台目の自動車が入場したとき，Cに自動車が駐車していない確率

(1) 最初の状態で、A, B, C, Dの枠それぞれに停める比率は

③	③	③	①
A	B	C	D

となる。Aに駐車する確率は $\dfrac{3}{3+3+3+1}=\dfrac{3}{10}$

(2)

	1台目	2台目
2通りのどちらか	B	D
	D	B

確率は $\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{3+1+1}$

③	×	①	①
A	B	C	D

確率は $\dfrac{1}{10}\times\dfrac{3}{3+3+1}$

③	③	①	×
A	B	C	D

$$\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\times\frac{3}{7}=\frac{36}{350}=\frac{18}{175}$$

(3)

	1台目	2台目	3台目	確率
6通りのいずれか	A	B	D	$\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$
		D	B	$\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}$
	B	A	D	$\frac{3}{10}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}$
		D	A	$\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}$
	D	A	B	$\frac{1}{10}\times\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}$
		B	A	$\frac{1}{10}\times\frac{3}{7}\times\frac{3}{4}$

1台目がA

×	①	③	①
A	B	C	D

1台目B, 2台目D

③	×	①	×
A	B	C	D

6通りの確率をすべて足し合わせると

求める確率は $\dfrac{87}{350}$

信州大学

2016年 経済学部 第4問

$\boxed{4}$ n を2以上の自然数とする．n 人でじゃんけんをする．各人はグー，チョキ，パーをそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で出すものとする．勝者が1人に決まるまでじゃんけんを繰り返す．ただし，負けた人はその後のじゃんけんには参加しない．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 1回目のじゃんけんで，勝者がただ1人に決まる確率を求めよ．

(2) 1回目のじゃんけんで，あいこになる確率を求めよ．

(3) $n=5$ のとき，ちょうど2回のじゃんけんで，勝者がただ1人に決まる確率を求めよ．

(1) 勝者の選び方が n 通り，勝者の手の出し方が3通り（それにより敗者の手は自動的に決まる）

また，n 人のすべての手の出し方は 3^n 通りあるから

$$\frac{3n}{3^n}=\underline{\frac{n}{3^{n-1}}}\,//$$

(2) 勝者が k 人に決まる確率は $\dfrac{{}_nC_k\cdot 3}{3^n}=\dfrac{{}_nC_k}{3^{n-1}}$ （ただし，$1\leqq k<n$）

よって，あいこになるのは，
$$1-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{{}_nC_k}{3^{n-1}}=1-\frac{1}{3^{n-1}}\sum_{k=1}^{n-1}{}_nC_k$$
$$=1-\frac{1}{3^{n-1}}\left\{\left(\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k\right)-2\right\}$$
$$=1-\frac{2^n-2}{3^{n-1}}\quad\text{（二項定理より）}$$
$$=\underline{\frac{3^{n-1}-2^n+2}{3^{n-1}}}\,//$$

(3) $n=5$ のとき，(2)より あいこになるのは，$\dfrac{3^4-2^5+2}{3^4}=\dfrac{51}{81}=\dfrac{17}{27}$

(i) 5人→5人→1人
$$\frac{17}{27}\times\frac{5}{81}=\frac{85}{3^7}$$

(ii) 5人→4人→1人
$$\frac{{}_5C_4}{3^4}\times\frac{4}{3^3}=\frac{20}{3^7}$$

(iii) 5人→3人→1人
$$\frac{{}_5C_3}{3^4}\times\frac{3}{3^2}=\frac{30}{3^6}$$

(iv) 5人→2人→1人
$$\frac{{}_5C_2}{3^4}\times\frac{2}{3}=\frac{20}{3^5}$$

(i)〜(iv)より
$$\frac{85}{3^7}+\frac{20}{3^7}+\frac{30}{3^6}+\frac{20}{3^5}=\frac{85+20+90+180}{3^7}$$
$$=\underline{\frac{125}{729}}\,//$$