$\boxed{1}$ 次の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ に当てはまる数または式を記入せよ.

(1) $\displaystyle\int_2^4 (x^2+ax+2)\,dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は $\boxed{ア}$ である.

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき, $\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta$ の最大値は $\boxed{イ}$ であり, 最小値は $\boxed{ウ}$ である.

(3) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき, x の値は $\boxed{エ}$ である.

(4) 3 次方程式 $(x-1)(x^2+ax+a+2)=0$ が 2 重解をもつとき, a の値をすべて求めると, $\boxed{オ}$ である.

(5) 実数 a, b を用いて $\dfrac{1}{2+i} + \dfrac{1}{3+4i} = a + bi$ と表すとき, $a = \boxed{カ}$ であり, $b = \boxed{キ}$ である. ただし, i は虚数単位とする.

(6) 3 つのさいころを同時に投げるとき, ちょうど 2 つのさいころが同じ目になる確率は $\boxed{ク}$ である.

(7) ベクトル $(2,\ a,\ b)$ が 2 つのベクトル $(1,\ -1,\ 3)$, $(-2,\ 1,\ 1)$ に垂直であるとき, $(a,\ b) = \boxed{ケ}$ である.

(8) 底辺の長さが a, 高さが b の三角形が $2a+b=6$ を満たすとき, 三角形の面積の最大値は $\boxed{コ}$ である.

（立教大学　2015）

$\boxed{2}$ 4 で割って 3 余る自然数を図のように並べ, 上から 1 段目, 2 段目, 3 段目, $\cdots$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

1 段目			7	
2 段目		11	15	
3 段目	19	23	27	
4 段目	31	35	39	43

:　　　 ………………

(1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ．

(2) n段目の左端の自然数をa_nとする．a_nをnの式で表せ．

(3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ．

(4) n段目に並んでいる自然数の総和をS_nとする．S_nをnの式で表せ．

（立教大学　2015）

$\boxed{3}$ 座標平面上の曲線$C : y = x^3 + x^2 + ax$は，直線$\ell_1 : y = -x$と原点O(0, 0)で接している．このとき，次の問に答えよ．

(1) aの値を求めよ．

(2) 直線ℓ_1とCの共有点でO以外の点をPとする．点Pの座標を求めよ．

(3) 点Pを通るCの接線ℓ_2とCの共有点で点P以外の点をQとする．点Qの座標を求めよ．

(4) 点Qを通るCの接線ℓ_3とCの共有点で点Q以外の点をRとする．点Rの座標を求めよ．

(5) 三角形PQRの面積を求めよ．

（立教大学　2015）

2015 年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ に当てはまる数または式を記入せよ．

(1) $\displaystyle\int_2^4 (x^2+ax+2)\,dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は $\boxed{ア}$ である．　−3

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta$ の最大値は $\boxed{イ}$ であり，最小値は $\boxed{ウ}$ である．　2　1

(3) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき，x の値は $\boxed{エ}$ である．　$\frac{1}{8}$

(4) 3 次方程式 $(x-1)(x^2+ax+a+2)=0$ が 2 重解をもつとき，a の値をすべて求めると，$\boxed{オ}$ である．　$2\pm2\sqrt{3},\ -\frac{3}{2}$

(5) 実数 a, b を用いて $\dfrac{1}{2+i} + \dfrac{1}{3+4i} = a+bi$ と表すとき，$a = \boxed{カ}$ であり，$b = \boxed{キ}$ である．ただし，i は虚数単位とする．　$\frac{13}{25}$　$-\frac{9}{25}$

(6) 3 つのさいころを同時に投げるとき，ちょうど 2 つのさいころが同じ目になる確率は $\boxed{ク}$ である．　$\frac{5}{12}$

(7) ベクトル $(2,\ a,\ b)$ が 2 つのベクトル $(1,\ -1,\ 3)$, $(-2,\ 1,\ 1)$ に垂直であるとき，$(a,\ b) = \boxed{ケ}$ である．　$\left(\frac{7}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

(8) 底辺の長さが a，高さが b の三角形が $2a+b=6$ を満たすとき，三角形の面積の最大値は $\boxed{コ}$ である．　$\frac{9}{4}$

(1) $\displaystyle\int_2^4 (x^2+ax+2)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{a}{2}x^2 + 2x\right]_2^4$

$= \frac{64}{3} + 8a + 8 - \frac{8}{3} - 2a - 4$

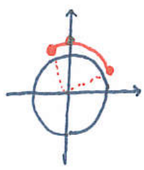
$= 6a + \frac{68}{3}$

$\therefore\ 6a + \frac{68}{3} = \frac{14}{3}$　　$\therefore\ \underline{a = -3}$ //

(2) $\cos\theta + \sqrt{3}\sin\theta = 2\left(\sin\theta\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \cos\theta\cdot\frac{1}{2}\right)$

$= 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$

$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ より，$\frac{\pi}{6} \leqq \theta + \frac{\pi}{6} \leqq \frac{2}{3}\pi$



$\therefore$ <u>最大値は 2，最小値は 1</u> //

(3) $t = \log_2 x$ とおくと，$0 < x < 1$ より，$t < 0$

$t^2 + t - 6 = 0$

$\therefore\ (t+3)(t-2) = 0$

$t < 0$ より，$t = -3$　$\therefore\ -3 = \log_2 x$ より，$\underline{x = \frac{1}{8}}$ //

(4) (i) $x^2+ax+a+2=0$ が重解をもち，それが 1 とは異なるとき．

$D = 0$ かつ $2a+3 \neq 0 \iff a = 2\pm2\sqrt{3}$ かつ $a \neq -\frac{3}{2}$

$\therefore\ a = 2\pm2\sqrt{3}$

(ii) $x^2+ax+a+2=0$ の解の片方だけ 1 のとき．$a = -\frac{3}{2}$

(i), (ii) より，$\underline{a = 2\pm2\sqrt{3},\ -\frac{3}{2}}$ //

(5) $\dfrac{1}{2+i} + \dfrac{1}{3+4i} = \dfrac{2-i}{(2+i)(2-i)} + \dfrac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)}$

$= \frac{2-i}{5} + \frac{3-4i}{25}$

$= \underline{\frac{13}{25} - \frac{9}{25}i}$ //

(6) $\dfrac{6\cdot5\cdot{}_3C_1}{6^3} = \underline{\frac{5}{12}}$ //

(7) $(2, a, b)\cdot(1, -1, 3) = 2 - a + 3b$

$(2, a, b)\cdot(-2, 1, 1) = -4 + a + b$

$\therefore\ \begin{cases} -a + 3b = -2 \\ a + b = 4 \end{cases}$

$\therefore\ \underline{(a, b) = \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)}$ //

(8) $S = \frac{1}{2}ab$

$= \frac{1}{2}a(6-2a)$

$= -a^2 + 3a$

$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

$\therefore$ <u>最大値 $\frac{9}{4}$ $\left(a = \frac{3}{2},\ b = 3\right)$</u> //

2015年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 4で割って3余る自然数を図のように並べ，上から1段目，2段目，3段目，…とする．このとき，次の問に答えよ．

1段目	7			
2段目	11	15		
3段目	19	23	27	
4段目	31	35	39	43
：	………			

(1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ．

(2) n 段目の左端の自然数を a_n とする．a_n を n の式で表せ．

(3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ．

(4) n 段目に並んでいる自然数の総和を S_n とする．S_n を n の式で表せ．

(1) 5段目は. 47, 51, 55, 59, 63，6段目は. 67, 71, 75, 79, 83, 87

∴ 求める自然数は. $\underline{79}$ //

(2) $\{a_n\}$: 7, 11, 19, 31, 47, 67, … より. その階差数列 $\{b_n\}$ は.

$\{b_n\}$: 4, 8, 12, 16, 20, …

$\therefore b_n = 4n$

$\therefore a_n = 7 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k \quad (n \geqq 2)$

$= 7 + 2(n-1)n$

$= \underline{2n^2 - 2n + 7}$ //　これは $n=1$ のときも成り立つ

(3) $a_n \leqq 2015$ となる最大の n を求める.

$2n^2 - 2n - 2008 \leqq 0$

$\therefore n(n-1) \leqq 1004$　∴ 最大の n は. $n = 32$

32段目は. $a_{32} =$ 1991, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011, 2015, 2019, …

よって. $\underline{32段目の左から7番目}$ //

(4) $S_n = \frac{1}{2}n\{a_n + \underbrace{(a_{n+1} - 4)}_{n段目の右端の自然数}\}$ ← 等差数列の和の公式

$= \frac{1}{2}n\{2n^2 - 2n + 7 + 2(n+1)^2 - 2(n+1) + 7 - 4\}$

$= \underline{n(2n^2+5)}$ //

2015年 現代心理（映像）・社会・コミュ（福祉） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + ax$ は，直線 $\ell_1: y = -x$ と原点 O(0, 0) で接している．このとき，次の問に答えよ．

(1) a の値を求めよ．

(2) 直線 ℓ_1 と C の共有点で O 以外の点を P とする．点 P の座標を求めよ．

(3) 点 P を通る C の接線 ℓ_2 と C の共有点で点 P 以外の点を Q とする．点 Q の座標を求めよ．

(4) 点 Q を通る C の接線 ℓ_3 と C の共有点で点 Q 以外の点を R とする．点 R の座標を求めよ．

(5) 三角形 PQR の面積を求めよ．

(1) $y' = 3x^2 + 2x + a$ より，原点における C の接線は，

$y = ax$ これと，$y = -x$ の係数を比較して，$\underline{a = -1}$ //

(2) $x^3 + x^2 - x - (-x) = 0$ より，$x^2(x+1) = 0$

$\therefore x = 0, -1$ $0 \neq P$ より，$\underline{P(-1, 1)}$ //

(3) $y' = 3x^2 + 2x - 1$ より，$\ell_2: y = 0 \cdot (x+1) + 1$

よって，$\ell_2: y = 1$

$x^3 + x^2 - x - 1 = 0$ より，$(x+1)^2(x-1) = 0$

$P \neq Q$ より，$\underline{Q(1, 1)}$ //

(4) $\ell_3: y = 4(x-1) + 1$ $\therefore \ell_3: y = 4x - 3$

$x^3 + x^2 - x - (4x - 3) = 0$

$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$

$(x-1)^2(x+3) = 0$ $Q \neq R$ より $\underline{R(-3, -15)}$ //

(5) 右の図より，

$\triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16$

$= \underline{16}$ //