

1 以下の問いに答えなさい。

- (1) x を自然数とする。このとき、 x^2 を 4 で割ったときの余りは、 x が偶数のときは 0 であり、 x が奇数のときは 1 であることを証明しなさい。
- (2) 自然数の組 (x, y) について、 $5x^2 + y^2$ が 4 の倍数ならば、 x, y はともに偶数であることを証明しなさい。
- (3) 自然数の組 (x, y) で $5x^2 + y^2 = 2016$ を満たすものをすべて求めなさい。

(慶應義塾大学 2016)

2 a, b, c を自然数とする。

- (1) $ab, a + b$ がともに偶数ならば、 a, b はともに偶数であることを示せ。
- (2) $abc, ab + bc + ca, a + b + c$ がすべて 3 の倍数ならば、 a, b, c はすべて 3 の倍数であることを示せ。

(津田塾大学 2016)

3 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

- (1) a, b を自然数とする。 a を 9 で割ると 1 余り、 b を 9 で割ると 5 余る。
 - (i) $a + b$ を 9 で割ったときの余りは である。
 - (ii) ab を 9 で割ったときの余りは である。
 - (iii) $a^2 + b^2$ を 9 で割ったときの余りは である。
- (2) 2 つの整数 1364 と 279 の最大公約数は である。
- (3) $|x + 2| + |x - 5| = 9$ の解は $x = -$ または $x =$ である。
- (4) 分数 $\frac{35}{37}$ を小数で表したとき、小数第 50 位の数字は である。

(広島経済大学 2016)

2016年1期1日目第1問



1 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1) a, b を自然数とする. a を9で割ると1余り, b を9で割ると5余る.(i) $a+b$ を9で割ったときの余りは $\boxed{1}$ ⁶ である.(ii) ab を9で割ったときの余りは $\boxed{2}$ ⁵ である.(iii) a^2+b^2 を9で割ったときの余りは $\boxed{3}$ ⁸ である.(2) 2つの整数1364と279の最大公約数は $\boxed{4}$ ³¹ である.(3) $|x+2|+|x-5|=9$ の解は $x=-\boxed{5}$ ³ または $x=\boxed{6}$ ⁶ である.(4) 分数 $\frac{35}{37}$ を小数で表したとき, 小数第50位の数字は $\boxed{7}$ ⁴ である.(1) $a=9m+1, b=9n+5$ (m, n は整数) とおくと,

$$(i) \begin{aligned} a+b &= 9m+1+9n+5 \\ &= 9(m+n)+6 \end{aligned}$$

 \therefore 余りは6 //

$$(ii) \begin{aligned} ab &= (9m+1)(9n+5) \\ &= 81mn+45m+9n+5 \\ &= 9(9mn+5m+n)+5 \end{aligned}$$

 \therefore 余りは5 //

$$(iii) \begin{aligned} a^2+b^2 &= (9m+1)^2+(9n+5)^2 \\ &= 81m^2+18m+1+81n^2+90n+25 \\ &= 9(9m^2+2m+9n^2+10n+2)+8 \end{aligned}$$

 \therefore 余りは8 //

(2) $1364 = 2^2 \cdot 11 \cdot 31, 279 = 3^2 \cdot 31$

よって, 最大公約数は $\boxed{31}$ // (ユークリッドの互除法を用いる方法もある)

(3) (i) $x < -2$ のとき, $-x-2-x+5=9$

$\therefore 2x = -6 \therefore x = -3$

これは $x < -2$ をみたす.

(ii) $-2 \leq x \leq 5$ のとき, $x+2-x+5=9$

$7=9 \therefore$ 解なし

(iii) $x > 5$ のとき, $x+2+x-5=9$

$\therefore x = 6$ これは $x > 5$ をみたす

(i), (ii), (iii) より, $\boxed{x = -3}$ または $\boxed{x = 6}$ //

(4) $0.945945 \dots$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 350} \\ \underline{333} \\ 170 \\ \underline{148} \\ 220 \\ \underline{185} \\ 350 \\ \underline{333} \\ 170 \\ \vdots \end{array}$$

$\therefore \frac{35}{37} = 0.\dot{9}4\dot{5}$

小数第1位は9, 小数第2位は4,

小数第3位は5, ..., 小数第48位は5,

小数第49位は9, 小数第50位は4 //