＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 関数 $f(x)=xe^x$ と曲線 $C : y=f(x)$ を考える．

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ．

(2) C 上の点 $(t,\ te^t)$ における C の接線の方程式を求めよ．

(3) C の接線で点 $\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$ を通るものを求めよ．

(4) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ．

(5) (3) で求めた接線のうち，接点の x 座標が $\dfrac{1}{2}$ より大きいものを ℓ とするとき，C と ℓ と直線 $x=\dfrac{1}{2}$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ．

（南山大学　2016）

0002175454287999

南山大学

2016年 理工学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = xe^x$ と曲線 $C : y = f(x)$ を考える.

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ.

(2) C 上の点 $(t,\ te^t)$ における C の接線の方程式を求めよ.

(3) C の接線で点 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$ を通るものを求めよ.

(4) 不定積分 $\int f(x)\,dx$ を求めよ.

(5) (3) で求めた接線のうち, 接点の x 座標が $\frac{1}{2}$ より大きいものを ℓ とするとき, C と ℓ と直線 $x = \frac{1}{2}$ とで囲まれた部分の面積 S を求めよ.

(1) $f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x$

$= \underline{(x+1)e^x}$ //

(2) (1)より, $f'(t) = (t+1)e^t$

∴ 接線は. $y = (t+1)e^t \cdot (x-t) + te^t$

∴ $\underline{y = (t+1)e^t x - t^2 e^t}$ //

(3) (2)で求めた式に $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ を代入して.

$0 = \frac{1}{2}(t+1)e^t - t^2 e^t$

∴ $\frac{1}{2}e^t(t+1-2t^2) = 0$

∴ $2t^2 - t - 1 = 0$

$(2t+1)(t-1) = 0$

∴ $t = -\frac{1}{2},\ 1$

これを再び(2)の式に代入して.

$\underline{y = \frac{1}{2\sqrt{e}}x - \frac{1}{4\sqrt{e}},\ y = 2ex - e}$ //

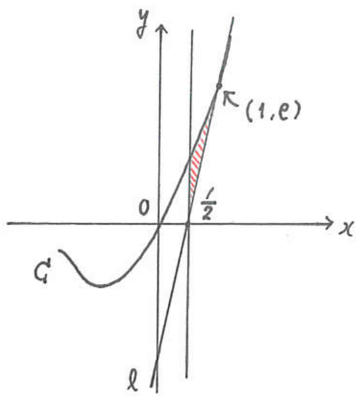
(4) $\int f(x)\,dx = \int x(e^x)'\,dx$

$= xe^x - \int e^x dx$

$= \underline{(x-1)e^x + C\ \ (C\text{は積分定数})}$ //

(5) $\ell : y = 2ex - e$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$-\frac{1}{e}$	↗



∴ $S = \int_{\frac{1}{2}}^{1} xe^x - (2ex - e)\,dx$

(4)を使った

$= \left[(x-1)e^x - ex^2 + ex\right]_{\frac{1}{2}}^{1}$

$= -e + e - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{e} - \frac{1}{4}e + \frac{1}{2}e\right)$

$= \underline{\frac{\sqrt{e}}{2} - \frac{e}{4}}$ //