＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ a，b を整数とし，$f(x)=x^3+ax+b$ とおく．方程式 $f(x)=0$ の解を α，β，γ とする．このとき，下の問いに答えよ．

(1) $\alpha+\beta+\gamma=0$ であることを示せ．

(2) α が無理数で

$$\beta=\frac{1}{2}\alpha^2-4,\quad \gamma=\frac{1}{2}\beta^2-4$$

が成り立つとき，a，b の値を求めよ．

（東京学芸大学　2017）

$\boxed{2}$ 実数 s，t に対し，xy 平面上で直交する 2 直線 $x+sy-2=0$ と $tx+y-2=0$ を考える．このとき，下の問いに答えよ．

(1) t を s の式で表せ．

(2) s の値が変化するとき，2 直線の交点の軌跡を求め，図示せよ．

（東京学芸大学　2017）

$\boxed{3}$ 整式 $P(x)$ を $Q(x)=x^3-7x^2+14x-8$ で割ると，余りが $x+8$ である．$P(16)=3P(2)$ のとき，$P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りを求めよ．

（東京学芸大学　2016）

$\boxed{4}$ 空間において，同一平面上にない 4 点を O，A，B，C とする．線分 OA，OB を 2 辺とする平行四辺形を OADB，線分 OA，OC を 2 辺とする平行四辺形を OAEC，線分 OB，OC を 2 辺とする平行四辺形を OBFC とする．下の問いに答えよ．

(1) △ODE を含む平面と直線 AF の交点を G とするとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて表せ．

(2) $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\mathrm{OC}=1$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=x$ とする．点 O を中心とし，点 G を含む球面と △ABE を含む平面の交わりで得られる円の半径の最小値とそのときの x の値を求めよ．

（東京学芸大学　2016）

0002303546967999

東京学芸大学

2016 年 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 整式 $P(x)$ を $Q(x)=x^3-7x^2+14x-8$ で割ると，余りが $x+8$ である．$P(16)=3P(2)$ のとき，$P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りを求めよ．

$Q(1)=Q(2)=Q(4)=0$ であるから因数定理より，

$Q(x)=(x-1)(x-2)(x-4)$

$P(x)=Q(x)\cdot R(x)+x+8$ …①

$P(x^2)=Q(x)\cdot S(x)+ax^2+bx+c$ とおく …②

①より，$P(1)=9$，②より，$P(1)=a+b+c$ $\therefore$ $a+b+c=9$ …③

①より，$P(4)=12$，②より $P(4)=4a+2b+c$ $\therefore$ $4a+2b+c=12$ …④

①より，$P(2)=10$，②より，$P(16)=16a+4b+c$

$\therefore$ $P(16)=3P(2)$ に代入して，$16a+4b+c=30$ …⑤

③，④より，$3a+b=3$ …⑥

④，⑤より，$12a+2b=18$ $\therefore$ $6a+b=9$ …⑦

⑥，⑦より，$3a=6$ $\therefore$ $a=2$ このとき，$b=-3$，$c=10$

$\therefore$ $P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りは，$\underline{2x^2-3x+10}$ //