$\boxed{1}$ 次の不等式を解け．

$$\log_2(5+x)+\log_2(5-x)<4$$

（倉敷芸術科学大学　2016）

$\boxed{2}$ $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+\sqrt{2})$ $(0 \leqq x \leqq \sqrt{2})$ の値域を求めなさい．

（愛知学院大学　2016）

3 $\log_2 a+\log_2 b=1$，$\log_c a+\log_c b=3$（a，b，c は正の実数，$c \fallingdotseq 1$）がともに成立しているとき，$2\log_c(a+b)$ の最小値を求めよ．

（自治医科大学　2015）

4 次の関数の最小値を求めよ．さらに，そのときの x の値を求めよ．

$$f(x)=\{\log_2(2-x-x^2)\}^2-2\log_2(2-x-x^2)+\frac{1}{2}$$

（倉敷芸術科学大学　2015）

2016年第4問

4 次の不等式を解け．

$$\log_2(5+x)+\log_2(5-x)<4$$

真数条件より，$5+x>0$ かつ $5-x>0$

よって，$-5<x<5$ …①

そのとき，不等式は，

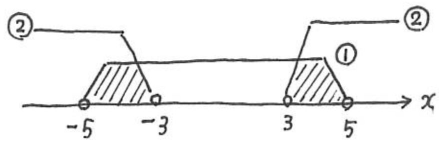
$\log_2(5+x)(5-x)<\log_2 2^4$

$\therefore\ 25-x^2<16$

$\therefore\ x^2>9$

$\therefore\ x<-3,\ 3<x$ …②

①，② より



$-5<x<-3,\ 3<x<5$ //

2016年 文系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+\sqrt{2})$ $(0 \leqq x \leqq \sqrt{2})$ の値域を求めなさい．

底は. $0 < \frac{1}{2} < 1$ であるから

$\log_{\frac{1}{2}}(x+\sqrt{2})$ は単調減少関数

よって. $\log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2} \leqq y \leqq \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} \iff \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{3}{2}} \leqq y \leqq \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}}$

$\iff \underline{-\frac{3}{2} \leqq y \leqq -\frac{1}{2}}$ //

自治医科大学

$\boxed{2}$ $\log_2 a+\log_2 b=1$, $\log_c a+\log_c b=3$ (a, b, c は正の実数, $c\neq 1$) がともに成立しているとき, $2\log_c(a+b)$ の最小値を求めよ.

$\log_2 a+\log_2 b=1$ より. $\log_2 ab=1$ $\therefore\ ab=2$ $\cdots$①

$\log_c a+\log_c b=3$ より $\log_c ab=3$ $\therefore\ ab=c^3$ $\cdots$②

① と 相加・相乗平均の関係より, $a>0$, $b>0$ なので

$$a+b\geqq 2\sqrt{ab}$$
$$=2\sqrt{2}$$

が成り立つ

また $c>0$ と ①, ② より, $c^3=2$ $\therefore\ c=\sqrt[3]{2}$

$$\therefore\ 2\log_c(a+b)=2\log_{\sqrt[3]{2}}(a+b)$$
$$\geqq 2\log_{\sqrt[3]{2}}2\sqrt{2}$$
$$=2\cdot\frac{\log_2 2\sqrt{2}}{\log_2\sqrt[3]{2}}$$
$$=2\cdot\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}}$$
$$=\underline{9}\ //$$

2015年 第4問

4 次の関数の最小値を求めよ．さらに，そのときの x の値を求めよ．

$$f(x) = \{\log_2(2-x-x^2)\}^2 - 2\log_2(2-x-x^2) + \frac{1}{2}$$

$t = \log_2(2-x-x^2)$ とおくと，

$t = \log_2\left\{-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\right\}$

真数条件より，$-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} > 0$ 　　$\therefore -2 < x < 1$ …①

このとき，t の最大値は $\log_2\frac{9}{4}$ （$x = -\frac{1}{2}$ のとき）

$\therefore t \leqq \log_2\frac{9}{4}$ …②

このとき，$f(x)$ を t で表したものを $g(t)$ とおくと，

$$g(t) = t^2 - 2t + \frac{1}{2}$$
$$= (t-1)^2 - \frac{1}{2}$$

$\therefore g(t)$ は $t=1$ のとき最小値 $-\frac{1}{2}$ をとる　$t=1$ は②をみたす．

$\therefore f(x)$ の最小値は $-\frac{1}{2}$ （$t=1$ すなわち $x=0, -1$ のとき）