$\boxed{1}$ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める．

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{2n}{n+1}a_n + \frac{2^{n+1}}{n+1} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(1) a_2，a_3，a_4 を求めよ．

(2) 一般項 a_n を推測し，それが正しいことを数学的帰納法によって示せ．

(3) 次の極限値を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} {a_k}^2}{\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k\right)^2}$$

（三重大学　2017）

$\boxed{2}$ 虚部が正の複素数 z が表す複素数平面上の点を P とし，$w = \dfrac{z^2}{|z|}$ で与えられる点を Q とする．また，原点を O とする．

(1) z の極形式を $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ とするとき，w の極形式を求めよ．さらに △OPQ の面積を r と θ を用いて表せ．

(2) z が $|z - 4i| = 2|z - i|$ を満たして動くとき，△OPQ の面積の最大値を求めよ．

（三重大学　2017）

$\boxed{3}$ kを定数としてθの方程式

$$\cos 2\theta = k\sin\theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える．

(1) この方程式が異なる二つの解を持つようなkの範囲を求めよ．

(2) kが(1)の範囲にあるとして，二つの解を$\theta = \alpha$，βとおく．$\sin\alpha\sin\beta$を求めよ．さらに$\sin\alpha + \sin\beta$，$\cos(\alpha+\beta)$の値をkを用いて表せ．

（三重大学　2017）

$\boxed{4}$ 実数a，bに対し，$I(a,\ b) = \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}(x - a - b\sin x)^2\,dx$とする．

(1) $I(a,\ b) = I(0,\ b) + 2\pi a^2$を示せ．

(2) $I(0,\ b)$を求めよ．

(3) $I(a,\ b) \geqq \dfrac{2\pi(\pi^2-6)}{3}$を示せ．また等号が成り立つときの$a$，$b$の値を求めよ．

（三重大学　2017）