

1 次の空欄 ア ~ コ に当てはまる数または式を記入せよ.

- (1) $\int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は ア である.
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$ の最大値は イ であり, 最小値は ウ である.
- (3) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき, x の値は エ である.
- (4) 3次方程式 $(x - 1)(x^2 + ax + a + 2) = 0$ が 2重解をもつとき, a の値をすべて求めると, オ である.
- (5) 実数 a, b を用いて $\frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} = a+bi$ と表すとき, $a =$ カ であり, $b =$ キ である. ただし, i は虚数単位とする.
- (6) 3つのさいころを同時に投げるとき, ちょうど 2つのさいころが同じ目になる確率は ク である.
- (7) ベクトル $(2, a, b)$ が 2つのベクトル $(1, -1, 3), (-2, 1, 1)$ に垂直であるとき, $(a, b) =$ ケ である.
- (8) 底辺の長さが a , 高さが b の三角形が $2a + b = 6$ を満たすとき, 三角形の面積の最大値は コ である.

(立教大学 2015)

2 4で割って3余る自然数を図のように並べ, 上から1段目, 2段目, 3段目, ...とする. このとき, 次の問に答えよ.

1段目	7
2段目	11 15
3段目	19 23 27
4段目	31 35 39 43

:

- (1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ.
- (2) n 段目の左端の自然数を a_n とする. a_n を n の式で表せ.
- (3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ.
- (4) n 段目に並んでいる自然数の総和を S_n とする. S_n を n の式で表せ.

(立教大学 2015)

3 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + ax$ は, 直線 $l_1: y = -x$ と原点 $O(0, 0)$ で接している. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) a の値を求めよ.
- (2) 直線 l_1 と C の共有点で O 以外の点を P とする. 点 P の座標を求めよ.
- (3) 点 P を通る C の接線 l_2 と C の共有点で点 P 以外の点を Q とする. 点 Q の座標を求めよ.
- (4) 点 Q を通る C の接線 l_3 と C の共有点で点 Q 以外の点を R とする. 点 R の座標を求めよ.
- (5) 三角形 PQR の面積を求めよ.

(立教大学 2015)

数理解石井

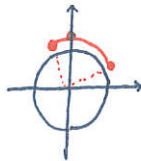
2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉) 第1問

1 次の空欄 ア ~ コ に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) $\int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx = \frac{14}{3}$ を満たす a の値は ア ⁻³ である。
- (2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta$ の最大値は イ ² であり, 最小値は ウ ¹ である。
- (3) 実数 x が $0 < x < 1$ かつ $(\log_2 x)^2 + \log_2 x - 6 = 0$ を満たすとき, x の値は エ ^{2±2√3, -3/2} である。
- (4) 3次方程式 $(x-1)(x^2 + ax + a+2) = 0$ が2重解をもつとき, a の値をすべて求めると, オ である。
- (5) 実数 a, b を用いて $\frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} = a+bi$ と表すとき, $a =$ カ ^{13/25} であり, $b =$ キ ^{5/12} である。ただし, i は虚数単位とする。
- (6) 3つのさいころを同時に投げるとき, ちょうど2つのさいころが同じ目になる確率は ク ^{9/4} である。
- (7) ベクトル $(2, a, b)$ が2つのベクトル $(1, -1, 3), (-2, 1, 1)$ に垂直であるとき, $(a, b) =$ ケ ^(7/2, 1/2) である。
- (8) 底辺の長さが a , 高さが b の三角形が $2a + b = 6$ を満たすとき, 三角形の面積の最大値は コ である。

$$\begin{aligned} (1) \int_2^4 (x^2 + ax + 2) dx &= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{a}{2}x^2 + 2x \right]_2^4 \\ &= \frac{64}{3} + 8a + 8 - \frac{8}{3} - 2a - 4 \\ &= 6a + \frac{68}{3} \\ \therefore 6a + \frac{68}{3} &= \frac{14}{3} \quad \therefore a = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta &= 2 \left(\sin \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \theta \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ より, } \frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} &\leq \frac{2}{3}\pi \\ \therefore \text{最大値は } 2, \text{ 最小値は } 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (3) t = \log_2 x \text{ とおくと, } 0 < x < 1 \text{ より, } t < 0 \\ t^2 + t - 6 &= 0 \\ \therefore (t+3)(t-2) &= 0 \\ t < 0 \text{ より, } t &= -3 \quad \therefore -3 = \log_2 x \text{ より, } x = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (i) x^2 + ax + a + 2 = 0 \text{ が重解をもち, それが } 1 \text{ とは異なるとき} \\ \Delta = 0 \text{ かつ } 2a + 3 \neq 0 \iff a = 2 \pm 2\sqrt{3} \text{ かつ } a \neq -\frac{3}{2} \\ \therefore a = 2 \pm 2\sqrt{3} \\ (ii) x^2 + ax + a + 2 = 0 \text{ の解の片方だけ } 1 \text{ のとき, } a = -\frac{3}{2} \\ (i), (ii) \text{ より, } a = 2 \pm 2\sqrt{3}, -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{1}{2+i} + \frac{1}{3+4i} &= \frac{2-i}{(2+i)(2-i)} + \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} \\ &= \frac{2-i}{5} + \frac{3-4i}{25} \\ &= \frac{13}{25} - \frac{9}{25}i \end{aligned}$$

$$(6) \frac{6 \cdot 5 \cdot 3 C_1}{6^3} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned} (7) (2, a, b) \cdot (1, -1, 3) &= 2 - a + 3b \\ (2, a, b) \cdot (-2, 1, 1) &= -4 + a + b \\ \therefore \begin{cases} -a + 3b = -2 \\ a + b = 4 \end{cases} \\ \therefore (a, b) &= \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) S &= \frac{1}{2} ab \\ &= \frac{1}{2} a(6-2a) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \\ \therefore \text{最大値 } \frac{9}{4} \text{ (} a = \frac{3}{2}, b = 3 \text{)} \end{aligned}$$



2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉)第2問

数理
石井K

2 4で割って3余る自然数を図のように並べ、上から1段目、2段目、3段目、...とする。このとき、次の問に答えよ。

1段目 7
2段目 11 15
3段目 19 23 27
4段目 31 35 39 43
 :

- (1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ。
 (2) n 段目の左端の自然数を a_n とする。 a_n を n の式で表せ。
 (3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ。
 (4) n 段目に並んでいる自然数の総和を S_n とする。 S_n を n の式で表せ。

(1) 5段目は、47, 51, 55, 59, 63, 6段目は、67, 71, 75, 79, 83, 87

∴ 求める自然数は、79 //

(2) $\{a_n\}$: 7, 11, 19, 31, 47, 67, ... より、その階差数列 $\{b_n\}$ は、

$\{b_n\}$: 4, 8, 12, 16, 20, ...

$$\therefore b_n = 4n$$

$$\therefore a_n = 7 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k \quad (n \geq 2)$$

$$= 7 + 2(n-1)n$$

$$= \underline{2n^2 - 2n + 7} \quad \text{これは } n=1 \text{ のときも成り立つ}$$

(3) $a_n \leq 2015$ となる最大の n を求める。

$$2n^2 - 2n - 2008 \leq 0$$

$$\therefore n(n-1) \leq 1004 \quad \therefore \text{最大の } n \text{ は、} n = 32$$

32段目は、 $a_{32} = 1991, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011, 2015, 2019, \dots$

よって、32段目の左から7番目 //

$$(4) S_n = \frac{1}{2} n \{a_n + \underbrace{(a_{n+1} - 4)}\} \quad \leftarrow \text{等差数列の和の公式}$$

n 段目の右端の自然数

$$= \frac{1}{2} n \{2n^2 - 2n + 7 + 2(n+1)^2 - 2(n+1) + 7 - 4\}$$

$$= \underline{n(2n^2 + 5)} //$$



2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉)第3問

3 座標平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + ax$ は、直線 $l_1: y = -x$ と原点 $O(0, 0)$ で接している。このとき、次の間に答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 直線 l_1 と C の共有点で O 以外の点を P とする。点 P の座標を求めよ。
- (3) 点 P を通る C の接線 l_2 と C の共有点で点 P 以外の点を Q とする。点 Q の座標を求めよ。
- (4) 点 Q を通る C の接線 l_3 と C の共有点で点 Q 以外の点を R とする。点 R の座標を求めよ。
- (5) 三角形 PQR の面積を求めよ。

(1) $y' = 3x^2 + 2x + a$ より、原点における C の接線は、

$$y = ax \quad \text{これと、} y = -x \text{ の係数を比較して、} \underline{a = -1} //$$

(2) $x^3 + x^2 - x - (-x) = 0$ より、 $x^2(x+1) = 0$

$$\therefore x = 0, -1 \quad O \neq P \text{ より、} \underline{P(-1, 1)} //$$

(3) $y' = 3x^2 + 2x - 1$ より、 $l_2: y = 0 \cdot (x+1) + 1$

$$\text{よって、} l_2: y = 1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0 \text{ より、} (x+1)^2(x-1) = 0$$

$$P \neq Q \text{ より、} \underline{Q(1, 1)} //$$

(4) $l_3: y = 4(x-1) + 1 \quad \therefore l_3: y = 4x - 3$

$$x^3 + x^2 - x - (4x - 3) = 0$$

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$(x-1)^2(x+3) = 0 \quad Q \neq R \text{ より} \underline{R(-3, -15)} //$$

(5) 右の図より、

$$\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16$$

$$= \underline{16} //$$

