______年　番号______　氏名______________________________

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 曲線 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点 $(2,\ 1)$ における接線の方程式を求めなさい．

(2) (1)の接線と y 軸および曲線 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ とによって囲まれる図形の面積を求めなさい．

（桜美林大学　2016）

$\boxed{2}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left\{\sqrt{(n+2)(n+3)}-\sqrt{(n-2)(n-3)}\right\}=a$ とする．極限値 a を求めよ．

（自治医科大学　2015）

$\boxed{3}$ 3 次関数 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ は $x=1$ で極小値 $f(1)=-6$ をとり，かつ $f(-1)=14$ である．このとき，定数 a，b，c の値を求めよ．さらに，このグラフの概形を描け．

（倉敷芸術科学大学　2015）

$\boxed{4}$ a，b を実数として，3 次関数 $f(x)=x^3-ax^2+3bx-10$ は $x=1$ で極値をとるとする．

(1) $a=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}b+\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，$b \neq \boxed{\text{オ}}$ である．

(2) 3 次方程式 $x^3-ax^2+3bx-10=0$ が異なる 3 つの実数解をもつのは

$b<-\boxed{\text{カ}}$，　$\boxed{\text{キ}}<b$

のとき，すなわち

$a<-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，　$\boxed{\text{コ}}\boxed{\text{サ}}<a$

のときである．

（東京理科大学　2015）

2016年 全学群 第3問

数理 石井K

3 次の問いに答えよ.

(1) 曲線 $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点 $(2,\ 1)$ における接線の方程式を求めなさい.

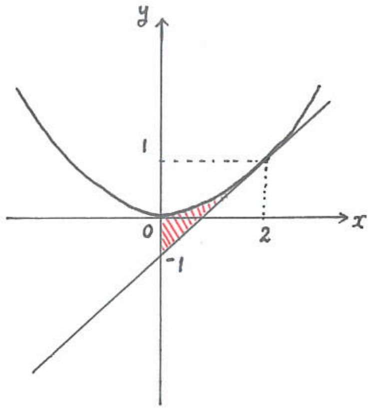
(2) (1)の接線と y 軸および曲線 $y=\frac{1}{4}x^2$ とによって囲まれる図形の面積を求めなさい.

(1) $y'=\frac{1}{2}x$

$\therefore$ 接線は $y=\frac{1}{2}\cdot 2(x-2)+1$

$\therefore$ $\underline{y=x-1}$ //

(2) 右図のようになる.



$S=\int_0^2 \frac{1}{4}x^2-(x-1)\,dx$

$=\left[\frac{1}{12}x^3-\frac{1}{2}x^2+x\right]_0^2$

$=\frac{2}{3}-2+2$

$=\underline{\frac{2}{3}}$ //

0002004905997999

自治医科大学

2015年 医学部 第20問

数理 石井K

$\boxed{20}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left\{\sqrt{(n+2)(n+3)}-\sqrt{(n-2)(n-3)}\right\}=a$ とする．極限値 a を求めよ．

$$(与式) = \lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)(n+3)-(n-2)(n-3)}{\sqrt{(n+2)(n+3)}+\sqrt{(n-2)(n-3)}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{10n}{\sqrt{(n+2)(n+3)}+\sqrt{(n-2)(n-3)}}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{10}{\underbrace{\sqrt{\left(1+\frac{2}{n}\right)\left(1+\frac{3}{n}\right)}}_{\to\sqrt{1}}+\underbrace{\sqrt{\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{3}{n}\right)}}_{\to\sqrt{1}}}$$

$$= \underline{5}$$ //

2015年第5問

$\boxed{5}$ 3次関数 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = 1$ で極小値 $f(1) = -6$ をとり，かつ $f(-1) = 14$ である．このとき，定数 a, b, c の値を求めよ．さらに，このグラフの概形を描け．

$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b$

$x = 1$ で極小値をとるので $f'(1) = 0$　　$\therefore\ 6 + 2a + b = 0 \cdots ①$

$f(1) = 2 + a + b + c = -6$　　$\therefore\ a + b + c = -8 \cdots ②$

$f(-1) = -2 + a - b + c = 14$　　$\therefore\ a - b + c = 16 \cdots ③$

② − ③ より．$2b = -24$　　$\therefore\ b = -12$

① に代入して．$6 + 2a - 12 = 0$　　$\therefore\ a = 3$

② に代入して，$3 - 12 + c = -8$　　$\therefore\ c = 1$

以上より，$\underline{a = 3,\ b = -12,\ c = 1}$ //

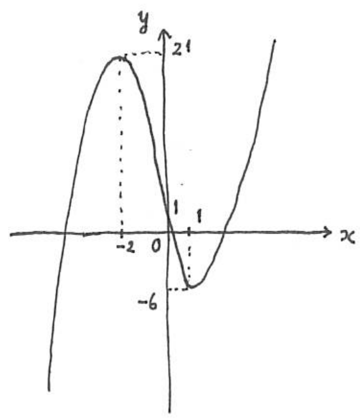
このとき，$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

$\therefore\ f'(x) = 6(x+2)(x-1)$

$\therefore$ 増減表は右のようになるので

グラフは右のようになる．

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	21	$\searrow$	-6	$\nearrow$



東京理科大学

2015年 薬学部（薬）第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ a, b を実数として，3次関数 $f(x)=x^3-ax^2+3bx-10$ は $x=1$ で極値をとるとする．

(1) $a=\dfrac{\boxed{ア}\ 3}{\boxed{イ}\ 2}b+\dfrac{\boxed{ウ}\ 3}{\boxed{エ}\ 2}$ であり，$b \neq \boxed{オ}$ 1 である．

(2) 3次方程式 $x^3-ax^2+3bx-10=0$ が異なる3つの実数解をもつのは

$b<-\boxed{カ}$ 2, $\boxed{キ}$ 7 $<b$

のとき，すなわち

$a<-\dfrac{\boxed{ク}\ 3}{\boxed{ケ}\ 2}$, $\boxed{コ}\boxed{サ}$ 12 $<a$

のときである．

ポイント $x=1$ で極値 $\Leftrightarrow$ $f'(1)=0$ かつ $f''(1)\neq 0$

(1) $f'(x)=3x^2-2ax+3b$

$\therefore f'(1)=3-2a+3b$

$\therefore f'(1)=0$ より． $\underline{a=\frac{3}{2}b+\frac{3}{2}}$ //

また，$f''(x)=6x-2a$

$f''(1)=6-2a$

$f''(1)\neq 0$ より． $a\neq 3$

すなわち． $\underline{b\neq 1}$ //

(2) (1)より． $f(x)=x^3-\frac{3}{2}(b+1)x^2+3bx-10$

$\therefore f'(x)=3x^2-3(b+1)x+3b$

$=3(x-1)(x-b)$

$\therefore$ 極値をとるのは．$x=1,\ b$

$f(1)=\frac{3}{2}b-\frac{21}{2}$, $f(b)=-\frac{1}{2}b^3+\frac{3}{2}b^2-10$

$\therefore$ $f(1)f(b)<0$ となればよいので，

$f(1)\cdot f(b)=-\frac{3}{4}(b-7)(b+2)(\underline{b^2-5b+10})$

$=(b-\frac{5}{2})^2+\frac{15}{4}>0$

$\therefore (b-7)(b+2)>0$ $\therefore$ $\underline{b<-2,\ 7<b}$ //

$\therefore$ (1)より． $\frac{2}{3}a-1<-2$, $7<\frac{2}{3}a-1$ $\Leftrightarrow$ $\underline{a<-\frac{3}{2},\ 12<a}$ //