

1 数列 $\{a_n\}$ を条件

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + n^2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

によって定める.

(1) $f(x) = px^2 + qx + r$ とするとき

$$a_{n+1} + f(n+1) = 2(a_n + f(n)) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

が成り立つような実数 p, q, r を求めよ.

(2) 一般項 a_n を求めよ.

(学習院大学 2017)

2 次の問いに答えよ.

(1) n を自然数とするととき, 和

$$\sum_{k=2n}^{3n} (3k^2 + 5k - 1)$$

を n の整式として表せ. ただし, 答えは n について降べきの順に整理すること.

(2) 12^{40} は何桁の数であるか答えよ. ただし, 整数は 10 進法で表すものとし, $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ とする.

(学習院大学 2016)

2016年 経済学部 第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) n を自然数とすると、和

$$\sum_{k=2n}^{3n} (3k^2 + 5k - 1)$$

を n の整式として表せ。ただし、答えは n について降べきの順に整理すること。(2) 12^{40} は何桁の数であるか答えよ。ただし、整数は10進法で表すものとし、 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ とする。

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ (与式)} &= \sum_{k=1}^{3n} (3k^2 + 5k - 1) - \sum_{k=1}^{2n-1} (3k^2 + 5k - 1) \\
 &= 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 3n(3n+1)(6n+1) + 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3n(3n+1) - 3n - 3 \cdot \frac{1}{6} (2n-1)(2n)(4n-1) - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (2n-1) \cdot 2n \\
 &\hspace{20em} + 2n - 1 \\
 &= \frac{3}{2}n(18n^2 + 9n + 1) + \frac{15}{2}n(3n+1) - 3n - n(8n^2 - 6n + 1) - 5n(2n-1) + 2n - 1 \\
 &= 27n^3 + \frac{27}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + \frac{45}{2}n^2 + \frac{15}{2}n - 3n - 8n^3 + 6n^2 - n - 10n^2 + 5n + 2n - 1 \\
 &= \underline{19n^3 + 32n^2 + 12n - 1} \text{ ,,}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) 12^{40} \text{ が } n \text{ 桁} &\iff 10^{n-1} \leq 12^{40} < 10^n \\
 &\iff n-1 \leq 40 \log_{10} 12 < n \\
 &\iff n-1 \leq 40(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) < n \\
 &\iff n-1 \leq 40(0.602 + 0.477) < n \\
 &\iff n-1 \leq 43.16 < n
 \end{aligned}$$

$$\therefore n = 44$$

よって、44桁 ,,