

1 次の各問に答えよ。なお、整数 a, b, c について、 $a = bc$ と表されるとき、 a は b の倍数であるという。

(1) x は実数とする。不等式 $x^4 - x^2 - 20 < 0$ を解け。

(2) m は整数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m \text{ は奇数} \implies m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数}$$

(3) m は整数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数} \implies m \text{ は奇数}$$

2 以下の (1)~(5) のそれぞれの に入るものとして、適切なものを以下の ①~④ から 1 つ答えよ。

① 必要条件ではあるが十分条件ではない

② 十分条件ではあるが必要条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

(1) $x^2 = 9$ は $x = -3$ であるための 。

(2) $|y - 1| < 3\sqrt{3}$ は $|y| < 3$ であるための 。

(3) 整数 m, n について、 $m + n$ が 5 の倍数であることは、 $6m + n$ が 5 の倍数であることの 。

(4) $\angle A = 60^\circ$ は、三角形 ABC が正三角形であることの 。

(5) 「 $xy \neq 5$ 」は「 $x \neq 1$ または $y \neq 5$ 」であるための 。

2016年 経済・地域政策 第3問


 数理
石井K

3 次の各問に答えよ。なお、整数 a, b, c について、 $a = bc$ と表されるとき、 a は b の倍数であるという。

(1) x は実数とする。不等式 $x^4 - x^2 - 20 < 0$ を解け。

(2) m は整数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m \text{ は奇数} \implies m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数}$$

(3) m は整数とする。次の命題の真偽を調べよ。また、真である場合には証明し、偽である場合には反例をあげよ。

$$m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数} \implies m \text{ は奇数}$$

$$(1) \quad x^4 - x^2 - 20 < 0 \iff (x^2 - 5)(x^2 + 4) < 0$$

$$x^2 + 4 > 0 \text{ より, } x^2 - 5 < 0$$

$$\therefore \underline{-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}}$$

(2) $m = 2n + 1$ (n : 整数) とおくと、

$$\begin{aligned} m^4 - m^2 - 20 &= (m^2 - 5)(m^2 + 4) \\ &= \{(2n+1)^2 - 5\} \{(2n+1)^2 + 4\} \\ &= (4n^2 + 4n - 4)(4n^2 + 4n + 5) \\ &= 4(n^2 + n - 1)(4n^2 + 4n + 5) \end{aligned}$$

ここで、 $n^2 + n - 1$, $4n^2 + 4n + 5$ はともに整数より、右辺は4の倍数である。よって命題は真 \square

(3) 対偶: 「 m は偶数 $\implies m^4 - m^2 - 20$ は4の倍数ではない」を考える。

m が偶数のとき、 m^4, m^2 はともに4の倍数であり、20も4の倍数

$$\therefore m^4 - m^2 - 20 \text{ は } 4 \text{ の倍数} \quad \text{よって偽}$$

偽 (反例: $m = 0$ のとき)

偽のときは反例だけ
書けばよいから、ここは
なくてもよい。



2016年 保健医療（理学療法以外）第5問

 数理
石井K

 5 以下の(1)~(5)のそれぞれの に入るものとして、適切なものを以下の①~④から1つ答えよ。

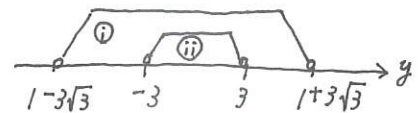
- ① 必要条件ではあるが十分条件ではない
 ② 十分条件ではあるが必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

- (1) $x^2 = 9$ は $x = -3$ であるための ^①
 (2) $|y-1| < 3\sqrt{3}$ は $|y| < 3$ であるための ^①
 (3) 整数 m, n について、 $m+n$ が5の倍数であることは、 $6m+n$ が5の倍数であることの ^③
 (4) $\angle A = 60^\circ$ は、三角形 ABC が正三角形であることの ^①
 (5) 「 $xy \neq 5$ 」は「 $x \neq 1$ または $y \neq 5$ 」であるための ^②

$$(1) x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

$$(2) |y-1| < 3\sqrt{3} \Leftrightarrow 1-3\sqrt{3} < y < 1+3\sqrt{3} \dots \textcircled{i}$$

$$|y| < 3 \Leftrightarrow -3 < y < 3 \dots \textcircled{ii}$$



$$(3) m+n = 5k \Rightarrow 6m+n = 5k+5m \\ = 5(k+m)$$

$$6m+n = 5l \Rightarrow m+n = 5l-5m \\ = 5(l-m)$$