

1 以下の問いに答えよ.

- (1) 163 と 78 の最大公約数を求めよ.
- (2) $163x + 78y = 1$ の一組の整数解を求めよ.
- (3) $163x + 78y = 1$ のすべての解を求めよ.

2 次の問いに答えよ.

(1) 方程式 $25x + 9y = 1$ の整数解をすべて求めよ.

(2) 方程式 $25x + 9y = 33$ の整数解をすべて求めよ. さらに, これらの整数解のうち, $|x + y|$ の値が最小となるものを求めよ.

(3) 2つの方程式 $25x + 9y = 33$, $xy = -570$ を同時に満たす整数解をすべて求めよ.

2016年A方式第3問



3 以下の問いに答えよ。

- (1) 163と78の最大公約数を求めよ。
 (2) $163x + 78y = 1$ の一組の整数解を求めよ。
 (3) $163x + 78y = 1$ のすべての解を求めよ。

(1) ユークリッドの互除法により

$$163 = 78 \times 2 + 7 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$78 = 7 \times 11 + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、最大公約数は1 //(2) ②より、 $1 = 78 - 7 \times 11$

$$= 78 - (163 - 78 \times 2) \times 11 \quad (\because \textcircled{1} \text{より})$$

$$= 163 \times (-11) + 78 \times 23$$

よって、 $(x, y) = (-11, 23)$ //(3) $163x + 78y = 1 \quad \dots \textcircled{3}$

$$(2) \text{より、} 163 \times (-11) + 78 \times 23 = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{4} \text{より、} 163(x+11) + 78(y-23) = 0$$

$$\therefore 163(x+11) = 78(-y+23) \quad \dots \textcircled{5}$$

(1)より、163と78は互いに素で右辺は78の倍数

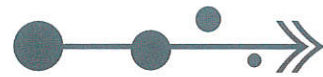
 $\therefore x+11$ は78の倍数

$$x+11 = 78k \quad (k: \text{整数}) \text{と表せる。} \therefore x = 78k - 11$$

$$\text{これを} \textcircled{5} \text{に代入して、} 163 \cdot 78k = 78(-y+23)$$

$$\therefore -y+23 = 163k \quad \therefore y = -163k + 23$$

以上より、 $(x, y) = (78k - 11, -163k + 23)$ (k は整数) //



2016年理系第3問

3 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $25x + 9y = 1$ の整数解をすべて求めよ。
 (2) 方程式 $25x + 9y = 33$ の整数解をすべて求めよ。さらに、これらの整数解のうち、 $|x + y|$ の値が最小となるものを求めよ。
 (3) 2つの方程式 $25x + 9y = 33$, $xy = -570$ を同時に満たす整数解をすべて求めよ。

(1) $25x + 9y = 1 \cdots \textcircled{1}$

$25 \cdot 4 + 9(-11) = 1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ より、 $25(x-4) + 9(y+11) = 0$

よって、 $25(x-4) = -9(y+11) \cdots \textcircled{3}$

左辺は25の倍数で25と9は互いに素より、 $y+11$ は25の倍数

$\therefore y+11 = 25k$ (k は整数) と表せる。よって、 $y = 25k - 11$

これを $\textcircled{3}$ に代入して、 $x-4 = -9k \therefore x = -9k + 4$

以上より、 $(x, y) = (-9k + 4, 25k - 11)$ (ただし、 k は任意の整数) //

(2) $\textcircled{2}$ の両辺を33倍して、 $25 \cdot 132 + 9 \cdot (-363) = 33 \cdots \textcircled{4}$

$25x + 9y = 33 \cdots \textcircled{5}$

$\textcircled{5} - \textcircled{4}$ より、 $25(x-132) + 9(y+363) = 0$

(1)と同様にして、 $(x, y) = (-9k + 132, 25k - 363)$ (ただし、 k は任意の整数)

ここで、 $k = l + 14$ とおくと、 $(x, y) = (-9l + 6, 25l - 13)$ (ただし、 l は任意の整数) //

このとき、 $|x + y| = |16l - 7|$ となり、最小値は7 ($l = 0$ すなわち $x = 6, y = -13$ のとき) $\therefore (x, y) = (6, -13)$ //

(3) (2)より、 $x = -9l + 6, y = 25l - 13$ を $xy = -570$ に代入して、

$(-9l + 6)(25l - 13) = -570$

$\therefore (3l - 2)(25l - 13) = 190$

$75l^2 - 89l - 164 = 0$

$$\begin{array}{r} 75 \quad -164 \\ \times \\ 1 \quad +1 \end{array}$$

$(75l - 164)(l + 1) = 0$

 l は整数より、 $l = -1$

このとき、 $x = 15, y = -38 \therefore (x, y) = (15, -38)$ //