

1 1 辺の長さが 10 の正三角形 ABC がある. 辺 AB 上に  $AD = 5$  となるように点 D をとり, 辺 AC 上に  $AE = 8$  となるように点 E をとる. また, BE と CD の交点を F とし, 直線 AF と BC の交点を G とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) 線分 BG の長さを求めよ.
- (2) 線分 GF の長さを求めよ.
- (3) A から辺 BC に垂線 AH を下ろす. AH と CD の交点を I とするとき, 線分 IH の長さを求めよ.
- (4) 三角形 IFH の面積を求めよ.

(高崎経済大学 2014)

2  $\triangle ABC$  の辺 AB を 2 : 3 に内分する点を R とし, 辺 AC を 2 : 1 に内分する点を Q とする. さらに, 線分 BQ と線分 CR の交点を O とし, 直線 AO と辺 BC との交点を P とする. 次の問いに答えなさい.

- (1) 長さの比  $BP : PC$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい.

$$BP : PC = \boxed{a} : \boxed{b}$$

- (2) 長さの比  $PO : OA$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい.

$$PO : OA = \boxed{c} : \boxed{d}$$

- (3)  $\triangle ABC$  と  $\triangle OBC$  の面積を, それぞれ  $S_1$  と  $S_2$  とおく. 面積の比  $S_1 : S_2$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい.

$$S_1 : S_2 = \boxed{e} \boxed{f} : \boxed{g}$$

- (4)  $\triangle OBP$  の面積を,  $S_3$  とおく. 面積の比  $S_1 : S_3$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい.

$$S_1 : S_3 = \boxed{h} \boxed{i} : \boxed{j}$$

(天使大学 2015)

3  $\triangle ABC$  において  $AB = 5$ ,  $AC = 3$  とし  $\angle A$  の二等分線と辺 BC との交点を P とする. 頂点 C から直線 AP に下ろした垂線と, 直線 AP, AB との交点をそれぞれ D, E とする.

- (1) 線分 BE の長さを求めなさい.
- (2) 辺 BC の中点を M とするとき, 線分 MD の長さを求めなさい.
- (3)  $AD : DP$  を求めなさい.

(大分大学 2017)

2014年 経済・地域政策 第5問


 数理  
石井K

5 1辺の長さが10の正三角形ABCがある。辺AB上にAD=5となるように点Dをとり、辺AC上にAE=8となるように点Eをとる。また、BEとCDの交点をFとし、直線AFとBCの交点をGとする。以下の各問に答えよ。

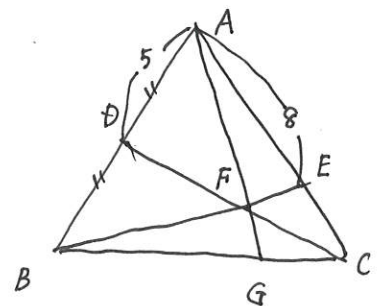
- (1) 線分BGの長さを求めよ。
- (2) 線分GFの長さを求めよ。
- (3) Aから辺BCに垂線AHを下ろす。AHとCDの交点をIとするとき、線分IHの長さを求めよ。
- (4) 三角形IFHの面積を求めよ。

(1) チュバの定理より。

$$\frac{CE}{AE} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BG}{CG} = 1$$

$$\text{よって、} \frac{2}{8} \times \frac{5}{5} \times \frac{BG}{CG} = 1$$

$$\text{よって } BG = 4CG \quad \therefore \underline{BG = 8} //$$



(2) メネラウスの定理より

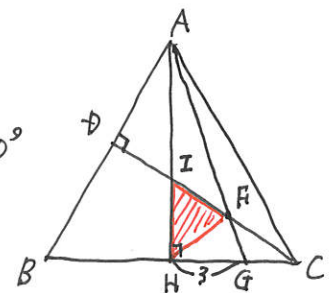
$$\frac{AD}{BD} \cdot \frac{BC}{CG} \cdot \frac{FG}{AF} = 1 \quad \therefore \frac{5}{5} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{FG}{AF} = 1$$

$$\therefore AF = 5GF \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また、余弦定理より、} AG^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 84$$

$$\therefore AG = 2\sqrt{21}$$

$$\therefore GF = \frac{2\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{3} //$$

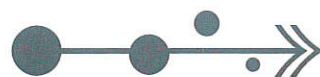


$$(3) \triangle ABC \text{ は正三角形なので、} I \text{ は重心となる} \quad \therefore IH = 5\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \underline{\frac{5\sqrt{3}}{3}} //$$

$$(4) \triangle AHG = \frac{1}{2} \times AH \times HG = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \triangle AHF = \triangle AHG \times \frac{AF}{AG} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{21} - \frac{\sqrt{21}}{3}}{2\sqrt{21}} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore \triangle IFH = \triangle AHF \times \frac{1}{3} = \underline{\frac{25\sqrt{3}}{12}} //$$



2015年 全学部 第5問



5  $\triangle ABC$  の辺  $AB$  を  $2:3$  に内分する点を  $R$  とし、辺  $AC$  を  $2:1$  に内分する点を  $Q$  とする。さらに、線分  $BQ$  と線分  $CR$  の交点を  $O$  とし、直線  $AO$  と辺  $BC$  との交点を  $P$  とする。次の問いに答えなさい。

(1) 長さの比  $BP:PC$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい。

$$BP:PC = \overset{3}{\boxed{a}} : \overset{1}{\boxed{b}}$$

(2) 長さの比  $PO:OA$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい。

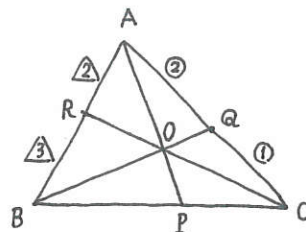
$$PO:OA = \overset{3}{\boxed{c}} : \overset{8}{\boxed{d}}$$

(3)  $\triangle ABC$  と  $\triangle OBC$  の面積を、それぞれ  $S_1$  と  $S_2$  とおく。面積の比  $S_1:S_2$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい。

$$S_1:S_2 = \overset{1}{\boxed{e}} \overset{1}{\boxed{f}} : \overset{3}{\boxed{g}}$$

(4)  $\triangle OBP$  の面積を、 $S_3$  とおく。面積の比  $S_1:S_3$  を最も簡単な正の整数の比で表しなさい。

$$S_1:S_3 = \overset{4}{\boxed{h}} \overset{4}{\boxed{i}} : \overset{9}{\boxed{j}}$$



(1) チェバの定理より、 $\frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} = 1$  よって、 $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{BP}{PC} = 1$

$$\therefore \frac{BP}{PC} = 3 \quad \therefore \underline{BP:PC = 3:1}$$

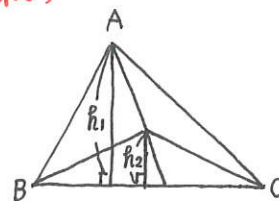
(2) メネラウスの定理より、 $\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BC}{CP} \cdot \frac{PO}{OA} = 1$  よって、 $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{PO}{OA} = 1$

$$\therefore \frac{PO}{OA} = \frac{3}{8} \quad \therefore \underline{PO:OA = 3:8}$$

↑ (1)の結果より

(3) 底辺は  $BC$  で共通なので、右図より、

$$\begin{aligned} S_1:S_2 &= h_1:h_2 \\ &= \underline{11:3} \quad ((2)より) \end{aligned}$$

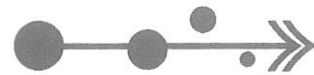
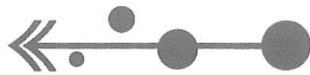


(4)  $S_1:S_3 = S_1:S_2 \times \frac{3}{4}$  ((1)より)

$$= S_1 : \frac{3}{11} S_1 \times \frac{3}{4}$$

$$= 1 : \frac{9}{44}$$

$$= \underline{44:9}$$

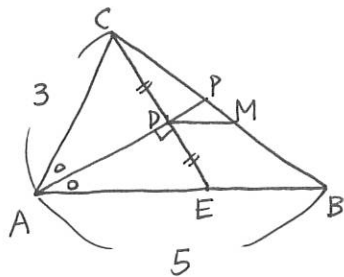


2017年 経済学部 第3問

増田

3  $\triangle ABC$ において  $AB = 5$ ,  $AC = 3$ とし  $\angle A$ の二等分線と辺  $BC$ との交点を  $P$ とする。頂点  $C$ から直線  $AP$ に下ろした垂線と、直線  $AP$ ,  $AB$ との交点をそれぞれ  $D$ ,  $E$ とする。

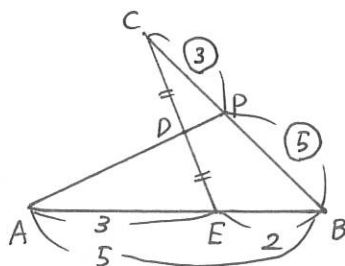
- (1) 線分  $BE$ の長さを求めなさい。
- (2) 辺  $BC$ の midpointを  $M$ とすると、線分  $MD$ の長さを求めなさい。
- (3)  $AD:DP$ を求めなさい。



$$\begin{aligned} (1) \quad BE &= AB - AE \\ \text{いま、} \triangle AED &\equiv \triangle ACD \text{ だから} \\ AE &= AC = 3 \\ \therefore BE &= 5 - 3 \\ &= \underline{2} \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad CD:DE &= 1:1 \\ CM:MB &= 1:1 \quad \text{より、中点連結定理} \\ &\text{が成り立ち、} \\ DM &= \frac{1}{2} EB \\ &= \underline{1} \# \end{aligned}$$

(3)  $\triangle APB$ と直線  $EC$ でメネラウスの定理を用いる。



ここで、 $AP$ は $\angle A$ の角二等分線だから、

$$\begin{aligned} BP:PC &= AB:AC \\ &= 5:3 \end{aligned}$$

$$\frac{AD}{DP} \cdot \frac{PC}{CB} \cdot \frac{BE}{EA} = 1$$

$$\frac{AD}{DP} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = 1$$

$$\therefore AD:DP = \underline{4:1} \#$$