$\boxed{1}$ 3次方程式 $x^3+3x^2+3x-7=0$ の3つの解のうち，実数解を α とし，他の2つの解を β，γ とする．複素平面上の点を A(α)，B(β)，C(γ) とするとき，△ABC の辺 AB の長さは $\boxed{}$ であり，∠BAC の大きさは $\boxed{}$ である．

$\boxed{2}$ 0 でない複素数 α，β が $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ を満たすとする．複素数平面上の4点を O(0)，A(α)，B(β)，C$(-\beta)$ として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ の絶対値 r および偏角 θ を求めよ．ただし，偏角の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

(3) △ABO の3つの角の大きさを求めよ．

(4) △ABO の面積を S_1 とし，△ABC の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ．

2016年 理・工学部（系統別） 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 3次方程式 $x^3+3x^2+3x-7=0$ の3つの解のうち，実数解を α とし，他の2つの解を β，γ とする．複素平面上の点を $A(\alpha)$，$B(\beta)$，$C(\gamma)$ とするとき，$\triangle ABC$ の辺 AB の長さは $\boxed{}$ であり，$\angle BAC$ の大きさは $\boxed{}$ である．

$2\sqrt{3}$

60°

$x^3+3x^2+3x-7=0$ の解の1つは $x=1$ であり．

$(x-1)(x^2+4x+7)=0$ となるから

$\alpha=1$，　$\beta, \gamma = -2\pm\sqrt{3}i$

どちらを β, γ にとっても AB と $\angle BAC$ の値は変わらないから

$\beta=-2-\sqrt{3}i$，$\gamma=-2+\sqrt{3}i$ とする．

$AB=\sqrt{(1+2)^2+(\sqrt{3})^2} = \underline{2\sqrt{3}}$ //

$AC=\sqrt{(1+2)^2+(-\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$

$BC=|(-2+\sqrt{3}i)-(-2-\sqrt{3}i)| = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ $\triangle ABC$ は正三角形より． $\underline{\angle BAC = 60^\circ}$ //

徳島大学

2016年 医（保健）・工学部 第2問

$\boxed{2}$ 0でない複素数α，βが$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$を満たすとする．複素数平面上の4点をO(0)，A(α)，B(β)，C($-\beta$)として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$を求めよ．

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$の絶対値rおよび偏角θを求めよ．ただし，偏角の範囲は$0\leqq\theta<2\pi$とする．

(3) △ABOの3つの角の大きさを求めよ．

(4) △ABOの面積をS_1とし，△ABCの面積をS_2とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$の値を求めよ．

(1) $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ の両辺を $\alpha^2(\neq 0)$ で割って，

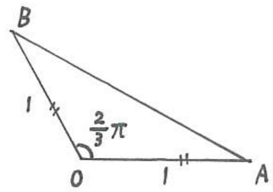
$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2+\frac{\beta}{\alpha}+1=0$$

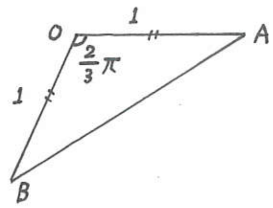
解の公式

$$\therefore\ \underline{\frac{\beta}{\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}}\,//$$

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}=\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)$

$0\leqq\theta<2\pi$ より，$\underline{r=1,\ \theta=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi}\,//$



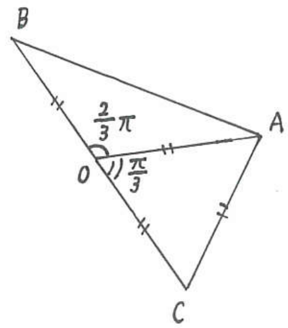


(3) (2)より，$\beta=\left\{\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)\right\}\alpha$ より

右図のいずれかになる．どちらも

OA = OB，$\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi$ の二等辺三角形であり，

3つの角は，$\underline{\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi,\ \angle OAB=\angle OBA=\dfrac{\pi}{6}}\,//$



(4) $S_1=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\sin\dfrac{2}{3}\pi=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

右の図より，

$S_2=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 1\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore\ \frac{S_2}{S_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}=\underline{2}\,//$$