

1 点 $A(-1, -3)$ から円 $x^2 + y^2 = 5$ に接線を引くと、接点の座標は $(-\square{\text{セ}}, -\square{\text{ソ}})$ と $(\square{\text{タ}}, -\square{\text{チ}})$ である。また、2本の接線と円で囲まれた部分（ただし、円の内部を含まない）の面積は、 $\square{\text{ツ}} - \frac{\square{\text{テ}}}{\square{\text{ト}}}\pi$ である。

(東京経済大学 2016)

2016年 全学部 第3問

 数理
石井K

3 点A(-1, -3)から円 $x^2+y^2=5$ に接線を引くと、接点の座標は(- $\frac{2}{\text{セ}}$, - $\frac{1}{\text{ソ}}$)と($\frac{1}{\text{タ}}$, - $\frac{2}{\text{チ}}$)である。また、2本の接線と円で囲まれた部分(ただし、円の内部を含まない)の面積は、 $\frac{\text{ツ}}{5} - \frac{\text{テ}}{\text{ト}} \pi$ である。点Aは円上の点ではない

接点を (s, t) とおくと、これは円上にあるので $s^2+t^2=5 \dots \textcircled{1}$

このとき、接線は $sx+ty=5$ と表される。

これは点Aを通るので、

$$-s-3t=5 \quad \therefore s=-3t-5 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{を}\textcircled{1}\text{に代入して。} \quad (-3t-5)^2+t^2=5$$

$$\therefore 10t^2+30t+20=0$$

$$t^2+3t+2=0$$

$$(t+1)(t+2)=0$$

$$\therefore t=-1, -2$$

$$\textcircled{2} \text{より。} \quad (s, t) = \underline{(-2, -1), (1, -2)} //$$

このとき2本の接線は、 $y=-2x-5$ と $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

これらは垂直に交わる。さらに接点と円の中心を結ぶ

線分は接線に垂直に交わるから

右図のようになる。

よって、正方形からおうぎ形を引けばよい

$$\underline{(\sqrt{5})^2 - \pi(\sqrt{5})^2 \times \frac{1}{4} = 5 - \frac{5}{4}\pi} //$$

