

1 座標平面上に放物線 C を

$$y = x^2 - 3x + 4$$

で定め、領域 D を

$$y \geq x^2 - 3x + 4$$

で定める。原点をとる 2 直線 l, m は C に接するものとする。

(1) 放物線 C 上を動く点 A と直線 l, m の距離をそれぞれ L, M とする。 $\sqrt{L} + \sqrt{M}$ が最小値をとるときの点 A の座標を求めよ。

(2) 次の条件をみたす点 $P(p, q)$ の動きうる範囲を求め、座標平面上に図示せよ。

条件：領域 D のすべての点 (x, y) に対し不等式 $px + qy \leq 0$ がなりたつ。

(東京大学 2018)

2 $a > 0$ とし、

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

とおく。

(1) $x \geq 1$ で $f(x)$ が単調に増加するための、 a についての条件を求めよ。

(2) 次の 2 条件をみたす点 (a, b) の動きうる範囲を求め、座標平面上に図示せよ。

条件 1：方程式 $f(x) = b$ は相異なる 3 実数解をもつ。

条件 2：さらに、方程式 $f(x) = b$ の解を $\alpha < \beta < \gamma$ とすると $\beta > 1$ である。

(東京大学 2018)