

1 次の問いに答えよ.

(1) $5 \tan \theta = 2$ のとき, $A = \frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{12 \sin \theta \cos \theta + 6}$ の値を求めよ.

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 個の数字がある. これらの数字を並べて 7 桁の整数を作る. ただし, 同じ数字は 2 度以上使わないものとする. このとき, 偶数が隣り合わないような 7 桁の整数は全部で J 個できる. また, これらの J 個の中で奇数となるものは K 個できる. J と K の値を求めよ.

(3) m を自然数とする. 関数 $f(x) = (x-2)\sqrt{x^4(x+1)^2}$ に対して, 定積分 $B = m \int_{-2}^2 f(x) dx$ の値が整数となる m の最小値 M の値を求めよ. また, このときの B の値を求めよ.

(九州歯科大学 2015)

2 $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) のとき,

$$\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} + \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{1 + 2 \sin \theta \cos \theta} + \frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

の値を求めよ.

(自治医科大学 2013)

2015年 歯学部 第1問



1 次の問いに答えよ。

- (1) $5 \tan \theta = 2$ のとき, $A = \frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{12 \sin \theta \cos \theta + 6}$ の値を求めよ。
- (2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 個の数字がある。これらの数字を並べて 7 桁の整数を作る。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。このとき、偶数が隣り合わないような 7 桁の整数は全部で J 個できる。また、これらの J 個の中で奇数となるものは K 個できる。 J と K の値を求めよ。
- (3) m を自然数とする。関数 $f(x) = (x-2)\sqrt{x^4(x+1)^2}$ に対して、定積分 $B = m \int_{-2}^2 f(x) dx$ の値が整数となる m の最小値 M の値を求めよ。また、このときの B の値を求めよ。

$$\begin{aligned}
 (1) A &= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - 1 \right)}{12 \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{6}{\cos^2 \theta}} \\
 &= \frac{1 \cdot \left(\frac{4}{25} - 1 \right)}{12 \cdot \frac{2}{5} + 6 \cdot \left(\frac{4}{25} + 1 \right)} \\
 &= \underline{\underline{-\frac{1}{14}}} //
 \end{aligned}$$

(2) 1~7 の中に奇数は 4 個, 偶数は 3 個ある

まず奇数を並べて, その間または両端に偶数を入れる



$$\therefore 4! \times 5C_3 \times 3! = 24 \times 10 \times 6 = \underline{\underline{1440 \text{ 通り}}} //$$

3 か所をえらび偶数を入れる

奇数となるのは 

$$\therefore 4! \times 4C_3 \times 3! = 24 \times 4 \times 6 = \underline{\underline{576 \text{ 通り}}} //$$

$$\begin{aligned}
 (3) B &= m \int_{-2}^{-1} f(x) dx + m \int_{-1}^2 f(x) dx \\
 &= m \int_{-2}^{-1} -(x-2)(x+1)x^2 dx + m \int_{-1}^2 (x-2)(x+1)x^2 dx \\
 &= m \left[-\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} \right]_{-2}^{-1} + m \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} \right]_{-1}^2 \\
 &= \underline{\underline{-\frac{253}{30} m}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \underline{\underline{M = 30, B = -253}} //$$

2013年第6問

 数理
石井K

$$\boxed{6} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (0 < \theta < \frac{\pi}{2}) \text{ のとき,}$$

$$\frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} + \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{1 + 2 \sin \theta \cos \theta} + \frac{\sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

の値を求めよ。

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ より } \sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad (0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ より}) \quad \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1 - \frac{2\sqrt{5}}{5}}{1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}} + \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{5}}{1 + 2 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}} + \frac{2 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}{1 + \frac{1}{5} - \frac{4}{5}}$$

$$= \frac{-1}{3} + \frac{\frac{3}{5}}{1 + \frac{4}{5}} + \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5}}$$

$$= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 2$$

$$= \underline{\underline{2}}$$