

1 次の各問に答えよ.

- (1) 座標平面上で、点 $(1, 2)$ を通り傾き a の直線と放物線 $y = x^2$ によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする. a が $0 \leq a \leq 6$ の範囲を変化するとき、 $S(a)$ を最小にするような a の値を求めよ.
- (2) $\triangle ABC$ において $AB = 2$, $AC = 1$ とする. $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする. $AD = BD$ となるとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ.

(京都大学 2010)

2 座標平面上の点 $P(x, y)$ が $4x + y \leq 9$, $x + 2y \geq 4$, $2x - 3y \geq -6$ の範囲を動くとき、 $2x + y$, $x^2 + y^2$ のそれぞれの最大値と最小値を求めよ.

(京都大学 2010)

3 1 から 5 までの自然数を 1 列に並べる. どの並べかたも同様の確からしきで起こるものとする. このとき 1 番目と 2 番目と 3 番目の数の和と、3 番目と 4 番目と 5 番目の数の和が等しくなる確率を求めよ. ただし、各並べかたにおいて、それぞれの数字は重複なく 1 度ずつ用いるものとする.

(京都大学 2010)

4 点 O を中心とする正十角形において、 A, B を隣接する 2 つの頂点とする. 線分 OB 上に $OP^2 = OB \cdot PB$ を満たす点 P をとるとき、 $OP = AB$ が成立することを示せ.

(京都大学 2010)

5 座標空間内で、 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(0, 0, 1)$, $E(1, 0, 1)$, $F(1, 1, 1)$, $G(0, 1, 1)$ を頂点にもつ立方体を考える.

- (1) 頂点 A から対角線 OF に下ろした垂線の長さを求めよ.
- (2) この立方体を対角線 OF を軸にして回転させて得られる回転体の体積を求めよ.

(京都大学 2010)