

1 大小2つのサイコロを振った場合の出目について、以下の設問に答えよ。

- (1) 少なくとも一方の出目が偶数である確率を計算せよ。
- (2) 出目の積が10以下である確率を計算せよ。
- (3) 出目の和が偶数であるか、または積が10より大きい確率を計算せよ。
- (4) 大きいサイコロの出目を a 、小さいサイコロの出目を b とした場合に、2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が整数となる確率を計算せよ。

(旭川大学 2016)

2 a を $0 < a < 1$ を満たす定数とし、 x, y が $xy^2 = a^3$ を満たすとする。
 $x > 0, y > 0$ とするとき、次の問いに答えよ。

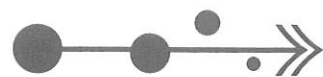
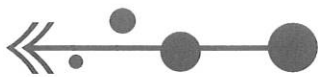
- (1) $X = \log_a x, Y = \log_a y$ とおくとき、 X と Y の関係式を求めよ。
- (2) x, y が $\log_a x \cdot \log_a y \geq 1$ を満たすとき、 y のとり得る値の範囲を求めよ。

(愛知教育大学 2016)

3 $a_1 = 3, \sum_{k=1}^{n+1} a_k = 4a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

- (1) n を 2 以上の自然数とするとき, a_{n+1} を a_n, a_{n-1} で表しなさい.
- (2) $a_{n+1} - 2a_n$ を n の式で表しなさい.
- (3) a_n を n の式で表しなさい.

(大分大学 2017)



2016年保健福祉(2期)第5問

数理
石井K

5 大小2つのサイコロを振った場合の出目について、以下の設問に答えよ。

- (1) 少なくとも一方の出目が偶数である確率を計算せよ。
 (2) 出目の積が10以下である確率を計算せよ。
 (3) 出目の和が偶数であるか、または積が10より大きい確率を計算せよ。
 (4) 大きいサイコロの出目を a 、小さいサイコロの出目を b とした場合に、2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が整数となる確率を計算せよ。

(1) ともに奇数となる確率は $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

余事象より $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ //

(2) $(1,1), (1,2), \dots, (1,6),$

$(2,1), (2,2), \dots, (2,5),$

$(3,1), (3,2), (3,3)$

$(4,1), (4,2)$

$(5,1), (5,2)$

$(6,1)$

の19通り

よって $\frac{19}{36}$ //

(3) 和が偶数 $\dots \frac{1}{2}$, 積が10より大 $\dots 1 - \frac{19}{36} = \frac{17}{36}$

和が偶数かつ積が10より大 $\dots (2,6), (3,5), (4,4), (4,6), (5,3), (5,5), (6,2),$
 $(6,4), (6,6)$

の9通り $\therefore \frac{9}{36}$

以上より $\frac{1}{2} + \frac{17}{36} - \frac{9}{36} = \frac{13}{18}$ //

の7通り
 $\therefore \frac{7}{36}$ //

(4) 判別式を D とすると $D = a^2 - 4b \geq 0 \therefore a^2 \geq 4b$

$\therefore (a,b) = (2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4),$
 $(5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)$

このうち解が整数となるのは $(a,b) = (2,1), (3,2), (4,3), (4,4), (5,4), (5,6), (6,5)$ //

2016年第3問



3 a を $0 < a < 1$ を満たす定数とし, x, y が $xy^2 = a^3$ を満たすとする. $x > 0, y > 0$ とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $X = \log_a x, Y = \log_a y$ とおくとき, X と Y の関係式を求めよ.
 (2) x, y が $\log_a x \cdot \log_a y \geq 1$ を満たすとき, y のとり得る値の範囲を求めよ.
 (1) $xy^2 = a^3$ の両辺, 底が a の対数をとると,

$$\log_a x + 2 \log_a y = 3$$

$$\text{よって, } \underline{X + 2Y = 3} \text{ ,,}$$

- (2) $\log_a x \cdot \log_a y \geq 1$ より, $XY \geq 1$

$$\therefore (1) \text{ より, } X + 2Y = 3 \text{ から } XY \geq 1$$

X を消去して,

$$(3 - 2Y)Y \geq 1$$

$$\therefore 2Y^2 - 3Y + 1 \leq 0$$

$$(2Y - 1)(Y - 1) \leq 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq Y \leq 1$$

$$\frac{1}{2} \leq \log_a y \leq 1$$

$$\log_a a^{\frac{1}{2}} \leq \log_a y \leq \log_a a$$

$$0 < a < 1 \text{ であるから, } \underline{a \leq y \leq \sqrt{a}} \text{ ,,}$$

2017年 経済学部 第4問

増田

4 $a_1 = 3, \sum_{k=1}^{n+1} a_k = 4a_n + 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ がある.

- (1) n を 2 以上の自然数とすると、 a_{n+1} を a_n, a_{n-1} で表しなさい。
 (2) $a_{n+1} - 2a_n$ を n の式で表しなさい。
 (3) a_n を n の式で表しなさい。

$$(1) \quad 4a_{n+1} + 1 = \sum_{k=1}^{n+1} a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1}$$

$$4a_{n-1} + 1 = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

(ただし $n \geq 2$)

$$4a_n - 4a_{n-1} = a_{n+1}$$

$$a_{n+1} = 4a_n - 4a_{n-1} \quad \dots \textcircled{1}$$

(2) ①の数列の特性方程式は

$$x^2 = 4x - 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

よ、

$$a_{n+1} - 2a_n = 2(a_n - 2a_{n-1})$$

$b_n = a_{n+1} - 2a_n$ とおくと、 b_n は
初項 4、公比 2 の等比数列

$$\sum_{k=1}^2 a_k = a_1 + a_2 = 4a_1 + 1$$

$$a_2 = 3a_1 + 1$$

$$= 3 \times 3 + 1 = 10$$

$$b_1 = a_2 - 2a_1$$

$$= 10 - 2 \times 3 = 4$$

$$b_n = 4 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+1}$$

$$a_{n+1} - 2a_n = 2^{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$(3) \quad a_{n+1} - 2a_n = 2^{n+1}$$

両辺を 2^{n+1} で割る

$$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + 1$$

$$c_n = \frac{a_n}{2^n} \text{ とおくと}$$

$$c_{n+1} = c_n + 1$$

c_n は初項 $\frac{3}{2}$ 、公差 1 の等差数列

$$\uparrow c_1 = \frac{a_1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$c_n = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot 1$$

$$= n + \frac{1}{2}$$

$$\frac{a_n}{2^n} = n + \frac{1}{2}$$

$$\therefore a_n = n \cdot 2^n + 2^{n-1}$$

これは、 $a_1 = 1 \cdot 2 + 2^0 = 3$ となる
ので、 $n=1$ でも成り立つ

$$a_n = 2^{n-1} (2n+1)$$

($n=1, 2, 3, \dots$)