$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) ユークリッドの互除法を用いて，89 と 29 の最大公約数を求めよ．

(2) 2 元 1 次不定方程式 $89x+29y=1$ の整数解を 1 組求めよ．

(3) 2 元 1 次不定方程式 $89x+29y=-20$ の整数解として現れる x の値のうち，正のものを小さい順に x_1，x_2，x_3，$\cdots$ とする．このとき，自然数 m に対して，x_m を m で表せ．

(4) (3) で定めた x_m に対し，$89x_m+29y=-20$ を満たす y の値を y_m とするとき，自然数 n に対して，$\sum_{m=1}^{n}(3x_m+y_m)^2$ を n で表せ．

（岩手大学　2016）

$\boxed{2}$ 曲線 $y=-x^3+3x^2+x-3$ を C とし，曲線 C 上の点 $(3,\ 0)$ における接線を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) p を実数とし，点 $(p,\ q_1)$ は接線 ℓ 上にあり，点 $(p,\ q_2)$ は曲線 C 上にあるとする．$p<3$ の範囲を p が動くとき，q_1-q_2 の最大値を求めよ．

(3) 接線 ℓ と曲線 C で囲まれた図形は，y 軸によって 2 つの部分に分けられるが，それらの面積のうち小さい方を S，大きい方を T とするとき，$\dfrac{T}{S}$ の値を求めよ．

（岩手大学　2016）

岩手大学

2016年 教育学部 第3問

3 次の問いに答えよ．

(1) ユークリッドの互除法を用いて，89と29の最大公約数を求めよ．

(2) 2元1次不定方程式 $89x+29y=1$ の整数解を1組求めよ．

(3) 2元1次不定方程式 $89x+29y=-20$ の整数解として現れる x の値のうち，正のものを小さい順に x_1，x_2，x_3，…とする．このとき，自然数 m に対して，x_m を m で表せ．

(4) (3)で定めた x_m に対し，$89x_m+29y=-20$ を満たす y の値を y_m とするとき，自然数 n に対して，$\sum_{m=1}^{n}(3x_m+y_m)^2$ を n で表せ．

(1) $89=29\times3+2$ …①

$29=2\times14+1$ …②

よって，最大公約数は1 //

(2) ②より，$1=29-2\times14$ …③

①より，$2=89-29\times3$ …④

④を③に代入して，$1=29-(89-29\times3)\times14$

$\therefore\ 1=89\cdot(-14)+29\cdot43$ …⑤

整数解の1つは，$(x,y)=(-14,43)$ //

(3) ⑤の両辺に -20 をかけて，$89\cdot280+29\cdot(-860)=-20$ …⑥

$89x+29y=-20$ …⑦

⑦−⑥より，$89(x-280)+29(y+860)=0$

$\therefore\ 89(x-280)=-29(y+860)$

89と29は互いに素より，$x-280$ は29の倍数で $x-280=29k$（kは整数）と表せる．

そのとき，$y+860=-89k$

$x>0$ となるのは $k\geqq-9$ のときであるから，$m=k+10 \iff k=m-10$

$\therefore\ x_m=29(m-10)+280$　　$\therefore\ x_m=29m-10$ //

(4) $y_m=-860-89(m-10)$　　$\therefore\ y_m=-89m+30$

$$\sum_{m=1}^{n}(3x_m+y_m)^2=\sum_{m=1}^{n}4m^2$$

$$=4\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$=\frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$$ //

2016年 人文社会科学 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 曲線 $y=-x^3+3x^2+x-3$ を C とし，曲線 C 上の点 $(3,\ 0)$ における接線を ℓ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) p を実数とし，点 $(p,\ q_1)$ は接線 ℓ 上にあり，点 $(p,\ q_2)$ は曲線 C 上にあるとする．$p<3$ の範囲を p が動くとき，q_1-q_2 の最大値を求めよ．

(3) 接線 ℓ と曲線 C で囲まれた図形は，y 軸によって2つの部分に分けられるが，それらの面積のうち小さい方を S，大きい方を T とするとき，$\dfrac{T}{S}$ の値を求めよ．

(1) $y'=-3x^2+6x+1$ より，

$\ell:\ y=-8(x-3)$ $\quad\therefore\ \underline{\ell:\ y=-8x+24}$ //

(2) (p,q_1) は ℓ 上の点より，$q_1=-8p+24$

(p,q_2) は C 上の点より，$q_2=-p^3+3p^2+p-3$

$\therefore\ q_1-q_2=-8p+24-(-p^3+3p^2+p-3)$

$=p^3-3p^2-9p+27$

これを $f(p)$ とおくと，$f'(p)=3p^2-6p-9$

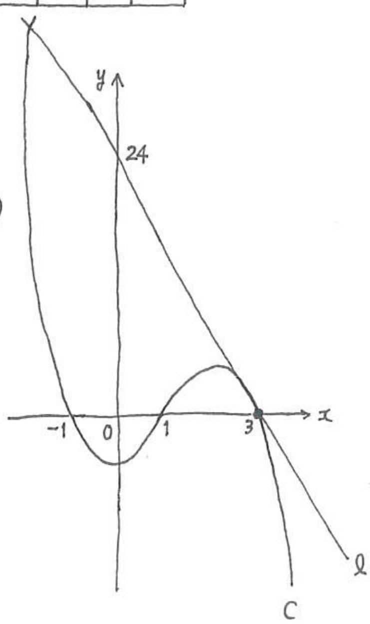
$=3(p-3)(p+1)$

p	$\cdots$	-1	$\cdots$	(3)
$f'(p)$	$+$	0	$-$	
$f(p)$	$\nearrow$	32	$\searrow$	(0)

$\therefore$ 右の増減表より，q_1-q_2 の最大値は $\underline{32\ (p=-1 \text{のとき})}$ //

(3) $C:\ y=-(x-1)(x+1)(x-3)$

$\therefore$ グラフは右のようになる．$q_1-q_2=(p-3)^2(p+3)$ より，交点は $(3,0),(-3,48)$



$$\int_{-3}^{0} -8x+24-(-x^3+3x^2+x-3)\,dx=\int_{-3}^{0} x^3-3x^2-9x+27\,dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-x^3-\frac{9}{2}x^2+27x\right]_{-3}^{0}$$

$$=\frac{297}{4}$$

$$\int_{0}^{3} -8x+24-(-x^3+3x^2+x-3)\,dx=\int_{0}^{3} x^3-3x^2-9x+27\,dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-x^3-\frac{9}{2}x^2+27x\right]_{0}^{3}$$

$$=\frac{135}{4}$$

$\therefore\ S=\dfrac{135}{4},\ T=\dfrac{297}{4}$ $\quad\therefore\ \dfrac{T}{S}=\dfrac{297}{135}=\underline{\dfrac{11}{5}}$ //