

1 1 辺の長さが 10 の正三角形 ABC がある．辺 AB 上に $AD = 5$ となるように点 D をとり，辺 AC 上に $AE = 8$ となるように点 E をとる．また，BE と CD の交点を F とし，直線 AF と BC の交点を G とする．以下の各問に答えよ．

- (1) 線分 BG の長さを求めよ．
- (2) 線分 GF の長さを求めよ．
- (3) A から辺 BC に垂線 AH を下ろす．AH と CD の交点を I とするとき，線分 IH の長さを求めよ．
- (4) 三角形 IFH の面積を求めよ．

(高崎経済大学 2014)

2014年 経済・地域政策 第5問

 数理
石井K

5 1辺の長さが10の正三角形ABCがある。辺AB上にAD = 5となるように点Dをとり、辺AC上にAE = 8となるように点Eをとる。また、BEとCDの交点をFとし、直線AFとBCの交点をGとする。以下の各問に答えよ。

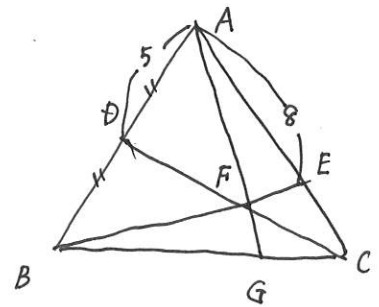
- (1) 線分BGの長さを求めよ。
- (2) 線分GFの長さを求めよ。
- (3) Aから辺BCに垂線AHを下ろす。AHとCDの交点をIとするとき、線分IHの長さを求めよ。
- (4) 三角形IFHの面積を求めよ。

(1) チェバの定理より。

$$\frac{CE}{AE} \cdot \frac{AD}{BD} \cdot \frac{BG}{CG} = 1$$

$$\text{よって、} \frac{2}{8} \times \frac{5}{5} \times \frac{BG}{CG} = 1$$

$$\text{よって } BG = 4CG \quad \therefore \underline{BG = 8} //$$



(2) メネラウスの定理より

$$\frac{AD}{BD} \cdot \frac{BC}{CG} \cdot \frac{FG}{AF} = 1 \quad \therefore \frac{5}{5} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{FG}{AF} = 1$$

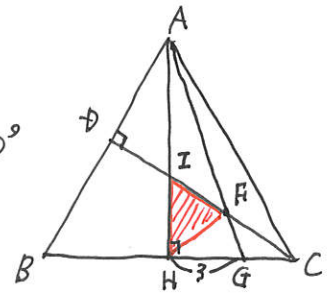
$$\therefore AF = 5GF \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また、余弦定理より、} AG^2 = 10^2 + 8^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$= 84$$

$$\therefore AG = 2\sqrt{21}$$

$$\therefore GF = \frac{2\sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{3} //$$



$$(3) \triangle ABC \text{ は正三角形なので、} I \text{ は重心となる} \quad \therefore IH = 5\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{5\sqrt{3}}{3}}}$$

$$(4) \triangle AHG = \frac{1}{2} \times AH \times HG = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \triangle AHF = \triangle AHG \times \frac{AF}{AG} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \times \frac{2\sqrt{21} - \frac{\sqrt{21}}{3}}{2\sqrt{21}} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore \triangle IFH = \triangle AHF \times \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{25\sqrt{3}}{12}}}$$