＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 各辺の長さが 1 である正四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき以下の問いに答えなさい．

(1) $\triangle$OAB の重心を G とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表しなさい．

(2) 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{GC}}$ の内積 $\overrightarrow{\mathrm{OG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GC}}$ を求めなさい．

(3) GC の長さを求めなさい．

（千歳科学技術大学　2013）

$\boxed{2}$ 台形 ABCD があり，上底は $\mathrm{AD}=3$，下底は $\mathrm{BC}=6$ であり，また $\mathrm{AB}=2$，$\angle\mathrm{A}=\dfrac{2\pi}{3}$ である．いま，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$ とおく．以下の各問に答えよ．

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ．

(3) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ．

(4) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ の大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|$ を求めよ．

(5) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|$ を求めよ．

（昭和大学　2013）

2013年 数IAIIB型（I期） 第3問

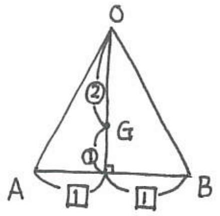
数理 石井K

$\boxed{3}$ 各辺の長さが1である正四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき以下の問いに答えなさい．

(1) △OABの重心をGとするとき，$\overrightarrow{OG}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表しなさい．

(2) 2つのベクトル $\overrightarrow{OG}$ と $\overrightarrow{GC}$ の内積 $\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{GC}$ を求めなさい．

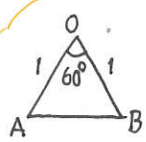
(3) GCの長さを求めなさい．



(1) 重心の定義より．$\overrightarrow{OG}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}\right)=\underline{\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}}$ //

(2) $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OG}=-\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{c}$

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=\frac{1}{2}$ より．



$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60°$

$=\frac{1}{2}$

$$\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{GC}=\left(\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}\right)\cdot\left(-\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{c}\right)$$

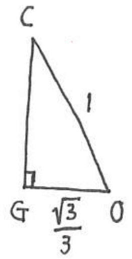
$$=\frac{1}{9}(\vec{a}+\vec{b})\cdot(-\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c})$$

$$=\frac{1}{9}\left(-|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}+3\vec{c}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-|\vec{b}|^2+3\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$$

$$=\frac{1}{9}\left(-1-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-1+\frac{3}{2}\right)$$

$$=\underline{0}\ //$$

(3) (2)より．OG ⊥ GC なので



△OCGは ∠G = 90° の直角三角形

$OC=1$，$OG=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ より

$$GC^2=1^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$=\frac{2}{3}$$

$$\therefore\ \underline{GC=\frac{\sqrt{6}}{3}}\ //$$

昭和大学

2013年 歯学部・薬学部・保健医療 第3問

増田

$\boxed{3}$ 台形ABCDがあり，上底は AD = 3，下底は BC = 6 であり，また AB = 2，$\angle A = \frac{2\pi}{3}$ である．いま，$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とおく．以下の各問に答えよ．

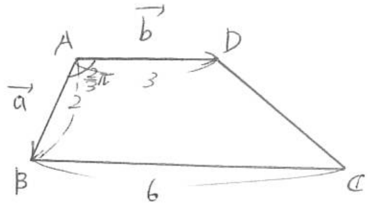
(1) ベクトル $\overrightarrow{BD}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) ベクトル $\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ．

(3) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ．

(4) ベクトル $\overrightarrow{BD}$ の大きさ $|\overrightarrow{BD}|$ を求めよ．

(5) ベクトル $\overrightarrow{AC}$ の大きさ $|\overrightarrow{AC}|$ を求めよ．



(1) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \underline{\vec{b} - \vec{a}}$ //

(2) $\overrightarrow{BC} = 2\vec{b}$ だから、$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \underline{\vec{a} + 2\vec{b}}$ //

(3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\angle A$

$= 2 \times 3 \times \cos\frac{2\pi}{3} = 2 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{-3}$ //

(4) $|\overrightarrow{BD}| = |\vec{b} - \vec{a}|$

$|\vec{b} - \vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 + |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 9 + 4 - 2 \times (-3) = 19$

$\therefore |\overrightarrow{BD}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \underline{\sqrt{19}}$ //

(5) $|\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b}$

$= 4 + 4 \times 9 + 4 \times (-3)$

$= 28$

$\therefore |\overrightarrow{AC}| = |\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{28} = \underline{2\sqrt{7}}$ //