

1 xy 平面上に 2 つの円 $C_1 : x^2 + (y - 3)^2 = 4$, $C_2 : (x - 4)^2 + y^2 = 9$ がある. 次の問に答えよ.

(1) C_1 と C_2 の接点の座標は $\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square} \right)$ である.

(2) 原点を中心とし, C_1 と C_2 の両方に接する円を C_3 とすると, C_3 の半径は \square である.

(3) C_1, C_2, C_3 が接する 3 つの接点を通り, 軸が y 軸と平行な放物線の頂点の座標は $\left(\frac{\square}{\square}, -\frac{\square}{\square} \right)$ である.

2013年薬学部第3問

数理
石井K

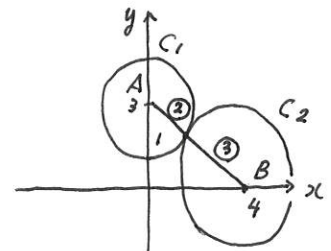
3 xy 平面上に2つの円 $C_1: x^2 + (y-3)^2 = 4$, $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 9$ がある. 次の間に答えよ.

(1) C_1 と C_2 の接点の座標は $\left(\frac{\boxed{8}}{\boxed{5}}, \frac{\boxed{9}}{\boxed{5}} \right)$ である.

(2) 原点を中心とし, C_1 と C_2 の両方に接する円を C_3 とすると, C_3 の半径は $\boxed{1}$ である.

(3) C_1, C_2, C_3 が接する3つの接点を通り, 軸が y 軸と平行な放物線の頂点の座標は

$\left(\frac{\boxed{7}}{\boxed{10}}, -\frac{\boxed{9}}{\boxed{40}} \right)$ である.



(1) 点 $(0, 3)$, $(4, 0)$ をそれぞれ A, B とおくと.

接点, は線分 AB を $2:3$ に内分する点なので,

$$\left(\frac{2 \cdot 4}{2+3}, \frac{3 \cdot 3}{2+3} \right) = \left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5} \right)$$

(注: 同時に内接するとはないので, 外接する場合を考える)

(2) C_1 と C_3 が接するのは, $2+r=3 \therefore C_3$ の半径 r が $r=1$ のときであり,

このとき, $3+r=4$ をみたすので C_2 とも接している $\therefore r=1$ //

(3) 3つの接点, は $\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5} \right)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$ なので

放物線は $y = ax^2 + bx + 1$ ($a \neq 0$) とおける.

$(1, 0)$ を通るので, $a + b = -1 \dots \textcircled{1}$

$$\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5} \right) = \frac{64}{25}a + \frac{8}{5}b = \frac{4}{5} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times \frac{5}{8} \text{ より, } -\frac{3}{5}a = -\frac{3}{2} \therefore a = \frac{5}{2} \quad \textcircled{1} \text{ より, } b = -\frac{7}{2}$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 1$$

$$= \frac{5}{2} \left(x^2 - \frac{7}{5}x \right) + 1$$

$$= \frac{5}{2} \left(x - \frac{7}{10} \right)^2 - \frac{5}{2} \cdot \frac{49}{100} + 1$$

$$= \frac{5}{2} \left(x - \frac{7}{10} \right)^2 - \frac{9}{40} \quad \therefore \text{頂点, は } \left(\frac{7}{10}, -\frac{9}{40} \right)$$