＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 xy 平面において，点Pが単位円周上の $y \geqq 0$ の部分を動くとき，点Pから単位円周上の3点 A(1, 0), B(−1, 0), C$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ までの距離の和 PA＋PB＋PC を L とする．以下，L の最大値を求める．点Pの座標を $(\cos\theta, \sin\theta)$ とおき，L を θ の式で表すと，

$$L = \sqrt{(\cos\theta - \boxed{\text{ア}})^2 + \sin^2\theta} + \sqrt{(\cos\theta + \boxed{\text{イ}})^2 + \sin^2\theta} + \sqrt{\left(\cos\theta - \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2 + \left(\sin\theta - \frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)^2}$$

と表される．整理すると，たとえば，点Pが第2象限にあるとき，

$$L = \left(\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}\right)\sin\frac{\theta}{\boxed{\text{ク}}} + \cos\frac{\theta}{\boxed{\text{ケ}}}$$

となり，適当な実数 α を用いて

$$L = \sqrt{\boxed{\text{コ}} + \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}\,\sin\left(\frac{\theta}{\boxed{\text{ス}}} + \alpha\right)$$

と表すことができる．よって，L の最大値は，$\sqrt{\boxed{\text{セ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ である．ただし，$\boxed{\text{セ}} > \boxed{\text{ソ}}$ とする．

（東洋大学　2016）

2 $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の範囲を求めなさい．

$$\cos 2\theta + \sqrt{3}\sin\theta \geqq 1$$

（龍谷大学　2016）

3 次の各問に答えよ．

(1) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式

$$2\cos\theta + 1 \geqq 0$$

を解け．

(2) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，関数

$$y = \sin x + \cos x$$

の最大値とそのときの x の値，および最小値とそのときの x の値を求めよ．

（高崎経済大学　2016）

東洋大学

2016 年 理工・生命科学・食環境科学 第 4 問

数理 石井K

4 xy 平面において，点 P が単位円周上の $y \geqq 0$ の部分を動くとき，点 P から単位円周上の 3 点 A(1, 0), B(−1, 0), C$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ までの距離の和 PA + PB + PC を L とする．以下，L の最大値を求める．点 P の座標を $(\cos\theta, \sin\theta)$ とおき，L を θ の式で表すと，

$$L = \sqrt{(\cos\theta - \boxed{ア})^2 + \sin^2\theta} + \sqrt{(\cos\theta + \boxed{イ})^2 + \sin^2\theta} + \sqrt{\left(\cos\theta - \frac{1}{\boxed{ウ}}\right)^2 + \left(\sin\theta - \frac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}\right)^2}$$

ア: 1　イ: 1　ウ: 2　エ: 3　オ: 2

と表される．整理すると，たとえば，点 P が第 2 象限にあるとき，

$$L = \left(\boxed{カ} + \sqrt{\boxed{キ}}\right)\sin\frac{\theta}{\boxed{ク}} + \cos\frac{\theta}{\boxed{ケ}}$$

カ: 2　キ: 3　ク: 2　ケ: 2

となり，適当な実数 α を用いて

$$L = \sqrt{\boxed{コ} + \boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}\,\sin\left(\frac{\theta}{\boxed{ス}} + \alpha\right)$$

コ: 8　サ: 4　シ: 3　ス: 2

と表すことができる．よって，L の最大値は，$\sqrt{\boxed{セ}} + \sqrt{\boxed{ソ}}$ である．ただし，$\boxed{セ} > \boxed{ソ}$ とする．

セ: 6　ソ: 2

$$L = \underbrace{\sqrt{(\cos\theta-1)^2+\sin^2\theta}}_{PA} + \underbrace{\sqrt{(\cos\theta+1)^2+\sin^2\theta}}_{PB} + \underbrace{\sqrt{\left(\cos\theta-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\sin\theta-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}}_{PC} \quad //$$

$$L = \sqrt{2-2\cos\theta} + \sqrt{2+2\cos\theta} + \sqrt{2-\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta} \qquad (\because \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \text{ を使った})$$

$$= 2\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} + 2\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} + \sqrt{2-2\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$= 2\sqrt{\sin^2\frac{\theta}{2}} + 2\sqrt{\cos^2\frac{\theta}{2}} + 2\sqrt{\sin^2\frac{\theta-\frac{\pi}{3}}{2}}$$

点 P が第 2 象限にあることより，$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$　よって，$\frac{\pi}{4} < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{12} < \frac{\theta-\frac{\pi}{3}}{2} < \frac{\pi}{3}$

$$\therefore L = 2\sin\frac{\theta}{2} + 2\cos\frac{\theta}{2} + 2\sin\frac{3\theta-\pi}{6}$$

$$= 2\sin\frac{\theta}{2} + 2\cos\frac{\theta}{2} + 2\left(\sin\frac{\theta}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos\frac{\theta}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)$$

$$= (2+\sqrt{3})\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2} \quad //$$

$$\therefore L = \sqrt{8+4\sqrt{3}}\,\sin\left(\frac{\theta}{2}+\alpha\right) \quad //$$

$\therefore$ 最大値は $\underbrace{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}_{\frac{\pi}{4} < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ より}} = \sqrt{8+2\sqrt{12}} = \sqrt{6}+\sqrt{2}$ //

龍谷大学

2016年 文系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を満たす θ の範囲を求めなさい．

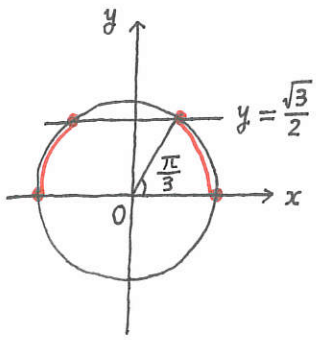
$\cos 2\theta + \sqrt{3}\sin\theta \geqq 1$

$\underbrace{1 - 2\sin^2\theta}_{\text{2倍角の公式}} + \sqrt{3}\sin\theta \geqq 1$

よって，$2\sin^2\theta - \sqrt{3}\sin\theta \leqq 0$

$2\sin\theta\left(\sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \leqq 0$

$\therefore\ 0 \leqq \sin\theta \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$



右図より，$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，求める範囲は，

$\underline{0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{3},\ \frac{2\pi}{3} \leqq \theta \leqq \pi}$ //

高崎経済大学

2016年 経済・地域政策 第1問

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，不等式

$$2\cos\theta + 1 \geqq 0$$

を解け．

(2) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，関数

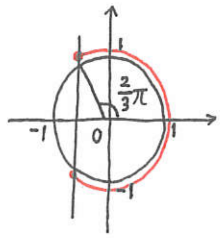
$$y = \sin x + \cos x$$

の最大値とそのときの x の値，および最小値とそのときの x の値を求めよ．

(1) $\cos\theta \geqq -\frac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき 右図より

$\underline{0 \leqq \theta \leqq \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi \leqq \theta < 2\pi}$ //



(2) 合成して

$y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\frac{\pi}{4} \leqq x + \frac{\pi}{4} \leqq \frac{9}{4}\pi$

$\therefore$ y が最大 $\iff x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\iff x = \frac{\pi}{4}$

y が最小 $\iff x + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi$

$\iff x = \frac{5}{4}\pi$

よって，$\underline{\text{最大値 } \sqrt{2}\ (x = \frac{\pi}{4} \text{ のとき}),\ \text{最小値 } -\sqrt{2}\ (x = \frac{5}{4}\pi \text{ のとき})}$ //