＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまる数または式を記入せよ．

(1) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で，$\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta = 0$ を満たす θ をすべて求めると $\theta =$ $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) 10 本のくじのうち当たりくじは n 本である．同時に 2 本のくじを引いたとき，2 本ともはずれである確率は $\dfrac{1}{15}$ であった．このとき，$n =$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(3) $\mathrm{AB} = 20$，$\mathrm{BC} = 24$，$\mathrm{AC} = 16$ である三角形 ABC において，$\angle \mathrm{A}$ の二等分線が BC と交わる点を D とする．このとき，$\mathrm{BD} =$ $\boxed{\text{ウ}}$ である．

(4) 頂点が反時計回りに ABCDEF である正六角形について，$\overrightarrow{\mathrm{FB}} = a\overrightarrow{\mathrm{AB}} + b\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表したとき，$a =$ $\boxed{\text{エ}}$，$b =$ $\boxed{\text{オ}}$ である．ただし，a と b は実数とする．

(5) $(3+i)(x+yi) = 6+5i$ を満たす実数 x，y を求めると，$x =$ $\boxed{\text{カ}}$，$y =$ $\boxed{\text{キ}}$ である．ただし，i は虚数単位とする．

(6) 直線 ℓ に関して点 $(3,\ 2)$ と対称な点は $(1,\ 4)$ である．このとき，直線 ℓ の方程式を $ax+by=1$ とすると，$a =$ $\boxed{\text{ク}}$，$b =$ $\boxed{\text{ケ}}$ である．

(7) 975 の正の約数の個数は $\boxed{\text{コ}}$ 個である．

(8) $-1 \leqq x \leqq 5$ の範囲で，関数 $f(x) = \displaystyle\int_{-3}^{x}(t^2-2t-3)\,dt$ が最小値をとるのは $x =$ $\boxed{\text{サ}}$ のときである．

（立教大学　2016）

2 a を正の実数とし，数列 $\{a_n\}$ を次で定義する．

$$a_1 = a,\quad a_{n+1} = 1 + \frac{2}{a_n}\quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ．

(1) a_2，a_3，a_4 をそれぞれ分子と分母が a の整式となっている分数式で表せ．

(2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = (-1)^n a_1 a_2 \cdots a_n$ により定めるとき，b_1，b_2，b_3，b_4 をそれぞれ a を用いて表せ．

(3) b_{n+1} と b_n を用いて b_{n+2} を表せ．

(4) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = b_{n+1} - b_n$ により定めるとき，n と a を用いて c_n を表せ．

(5) $a = 1$ のとき，b_n を n を用いて表せ．また，a_n を n を用いて表せ．

（立教大学　2016）

0002175094287999

立教大学

2016年 全学部日程 第1問

数理 石井K

1 次の空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{サ}$ に当てはまる数または式を記入せよ．

(1) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で，$\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta = 0$ を満たす θ をすべて求めると $\theta = \boxed{ア}$ である．　$\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi$

(2) 10本のくじのうち当たりくじは n 本である．同時に2本のくじを引いたとき，2本ともはずれである確率は $\frac{1}{15}$ であった．このとき，$n = \boxed{イ}$ である．　7

(3) AB $= 20$，BC $= 24$，AC $= 16$ である三角形 ABC において，∠A の二等分線が BC と交わる点を D とする．このとき，BD $= \boxed{ウ}$ である．　$\frac{40}{3}$

(4) 頂点が反時計回りに ABCDEF である正六角形について，$\overrightarrow{\mathrm{FB}} = a\overrightarrow{\mathrm{AB}} + b\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と表したとき，$a = \boxed{エ}$，$b = \boxed{オ}$ である．ただし，a と b は実数とする．　3，-1

(5) $(3+i)(x+yi) = 6+5i$ を満たす実数 x，y を求めると，$x = \boxed{カ}$，$y = \boxed{キ}$ である．ただし，i は虚数単位とする．　$\frac{23}{10}$，$\frac{9}{10}$

(6) 直線 ℓ に関して点 $(3,\ 2)$ と対称な点は $(1,\ 4)$ である．このとき，直線 ℓ の方程式を $ax+by=1$ とすると，$a = \boxed{ク}$，$b = \boxed{ケ}$ である．　-1，1

(7) 975 の正の約数の個数は $\boxed{コ}$ 個である．　12

(8) $-1 \leqq x \leqq 5$ の範囲で，関数 $f(x) = \int_{-3}^{x}(t^2-2t-3)\,dt$ が最小値をとるのは $x = \boxed{サ}$ のときである．　3

(1) $\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta) = 0$

$\therefore \cos\theta \cdot \sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\therefore \cos\theta = 0$ または $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ より．$\underline{\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi}$ //

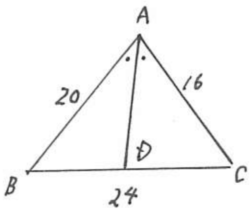
(2) $\frac{{}_{10-n}C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{15}$　$\therefore 15(10-n)(9-n) = 10\cdot 9$

$\therefore (n-9)(n-10) = 6$

$0<n<10$ より．$\underline{n=7}$ //

(3) $BD : DC = 20 : 16 = 5 : 4$

$\therefore BD = 24 \cdot \frac{5}{9} = \underline{\frac{40}{3}}$ //

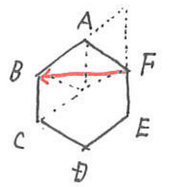


(4) $\overrightarrow{FB} = -\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AB}$

$= -(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) + 2\overrightarrow{AB}$

$= 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$\therefore \underline{a = 3,\ b = -1}$ //



(5) (左辺) $= 3x-y+i(3y+x)$ より．

$\begin{cases} 3x-y=6 \\ x+3y=5 \end{cases} \iff \underline{x = \frac{23}{10},\ y = \frac{9}{10}}$ //

(6) 中点 $(2,3)$ は ℓ 上にあるから

$2a+3b = 1 \cdots ①$

$(3,2)$ と $(1,4)$ を通る直線 $\perp \ell$ であるから．

$\frac{2-4}{3-1}\cdot\left(-\frac{a}{b}\right) = -1$

$\therefore a = -b \cdots ②$

①,②より．$\underline{a=-1,\ b=1}$ //

(7) $975 = 3\cdot 5^2\cdot 13$

$\therefore$ 正の約数は．$2\times3\times2 = \underline{12個}$. //

(8) $f'(x) = x^2-2x-3$

$= (x-3)(x+1)$

$\therefore$ 増減表より．最小となるのは $\underline{x=3}$ //

x	-1	$\cdots$	3	$\cdots$	5
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

2016年 全学部日程 第2問

$\boxed{2}$ a を正の実数とし，数列 $\{a_n\}$ を次で定義する．

$$a_1=a,\quad a_{n+1}=1+\frac{2}{a_n}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ．

(1) a_2，a_3，a_4 をそれぞれ分子と分母が a の整式となっている分数式で表せ．

(2) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n=(-1)^n a_1a_2\cdots a_n$ により定めるとき，b_1，b_2，b_3，b_4 をそれぞれ a を用いて表せ．

(3) b_{n+1} と b_n を用いて b_{n+2} を表せ．

(4) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n=b_{n+1}-b_n$ により定めるとき，n と a を用いて c_n を表せ．

(5) $a=1$ のとき，b_n を n を用いて表せ．また，a_n を n を用いて表せ．

(1) $a_2=1+\frac{2}{a}=\frac{a+2}{a}$，$a_3=1+2\cdot\frac{a}{a+2}=\frac{3a+2}{a+2}$，$a_4=1+2\cdot\frac{a+2}{3a+2}=\frac{5a+6}{3a+2}$

$\therefore\ \underline{a_2=\frac{a+2}{a},\ a_3=\frac{3a+2}{a+2},\ a_4=\frac{5a+6}{3a+2}}$ //

(2) $b_1=-a_1=-a$，$b_2=a_1a_2=a+2$，$b_3=-a_1a_2a_3=-3a-2$，$b_4=a_1a_2a_3a_4=5a+6$

$\therefore\ \underline{b_1=-a,\ b_2=a+2,\ b_3=-3a-2,\ b_4=5a+6}$ //

(3) $b_{n+2}=(-1)^{n+2}a_1a_2\cdots a_na_{n+1}a_{n+2}$

$=(-1)^{n+2}a_1a_2\cdots a_na_{n+1}\left(1+\frac{2}{a_{n+1}}\right)$

$=-(-1)^{n+1}a_1a_2\cdots a_na_{n+1}+2\cdot(-1)^n a_1a_2\cdots a_n$

$=\underline{-b_{n+1}+2b_n}$ //

(4) (3)より，$b_{n+2}-b_{n+1}=-2(b_{n+1}-b_n)$

$\therefore\ c_{n+1}=-2c_n$

$\therefore$ 数列 $\{c_n\}$ は初項 $b_2-b_1=2a+2$，公比 -2 の等比数列

$\therefore\ c_n=(2a+2)\cdot(-2)^{n-1}$　　$\therefore\ \underline{c_n=-(a+1)\cdot(-2)^n}$ //

(5) $a=1$ のとき，$c_n=(-2)^{n+1}$

$\therefore\ n\geqq 2$ のとき，$b_n=-1+\sum_{k=1}^{n-1}(-2)^{k+1}=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}(-2)^{n-1}=\underline{\frac{1}{3}\left\{1-(-2)^{n+1}\right\}}$ //　これは $n=1$ のときも成り立っている．

$n\geqq 2$ のとき，$\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{(-1)^n a_1a_2\cdots a_{n-1}a_n}{(-1)^{n-1}a_1a_2\cdots a_{n-1}}=-a_n$ より　$a_n=-\frac{\frac{1}{3}\left\{1-(-2)^{n+1}\right\}}{\frac{1}{3}\left\{1-(-2)^n\right\}}$

$\therefore\ \underline{a_n=-\frac{1-(-2)^{n+1}}{1-(-2)^n}}$ //　これは $n=1$ のときも成り立っている．