＿＿＿年　番号＿＿＿　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 円 $C_1 : x^2+y^2+2x-4y-3=0$，円 $C_2 : x^2+y^2-4x-2y-1=0$ について考える．円 C_1 と円 C_2 の 2 つの異なる交点と原点を通る円の方程式を $x^2+y^2+ax+by+c=0$ とするとき，$b-c-a$ の値を求めよ．

（自治医科大学　2013）

$\boxed{2}$ 円 $C : x^2+y^2-4y+3=0$ と直線 $\ell : 2ax-y-2a=0$ について，以下の問いに答えよ．ただし，a は定数とする．

(1) C の中心の座標と半径を求めよ．

(2) C と ℓ が異なる 2 点 P，Q で交わるときの，a の値の範囲を求めよ．

(3) a が (2) で求めた値の範囲を動くとき，線分 PQ の長さが $\sqrt{2}$ となる a の値を求めよ．

（神奈川大学　2016）

2013年 第12問

数理 石井K

$\boxed{12}$ 円 $C_1 : x^2+y^2+2x-4y-3=0$，円 $C_2 : x^2+y^2-4x-2y-1=0$ について考える．円 C_1 と円 C_2 の2つの異なる交点と原点を通る円の方程式を $x^2+y^2+ax+by+c=0$ とするとき，$b-c-a$ の値を求めよ．

C_1 と C_2 の 2つの異なる交点を通る直線または円は

$$x^2+y^2+2x-4y-3+k(x^2+y^2-4x-2y-1)=0 \quad \cdots ①$$

と表される．

① が原点を通ることから．$-3+k\cdot(-1)=0$ $\quad \therefore k=-3$

このとき ① は．$-2x^2-2y^2+14x+2y=0$

$$\therefore \quad x^2+y^2-7x-y=0$$

$$\therefore a=-7,\ b=-1,\ c=0$$

$$\therefore b-c-a=-1-0+7=\underline{6}_{\,/\!/}$$

2016年 文系 第2問

$\boxed{2}$ 円 $C : x^2+y^2-4y+3=0$ と直線 $\ell : 2ax-y-2a=0$ について，以下の問いに答えよ．ただし，a は定数とする．

(1) C の中心の座標と半径を求めよ．

(2) C と ℓ が異なる2点P，Qで交わるときの，a の値の範囲を求めよ．

(3) a が(2)で求めた値の範囲を動くとき，線分PQの長さが $\sqrt{2}$ となる a の値を求めよ．

(1) $C : x^2+(y-2)^2=1$

$\therefore$ 中心 $(0,2)$，半径 1 //

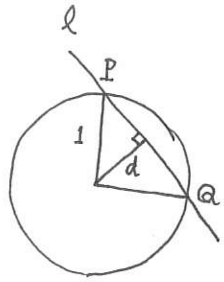
(2) 点と直線のキョリ公式より，円の中心 $(0,2)$ と ℓ とのキョリ d は，

$$d=\frac{|0-2-2a|}{\sqrt{(2a)^2+(-1)^2}}=\frac{|2a+2|}{\sqrt{4a^2+1}}$$

C と ℓ が異なる2点で交わるとき，$d<r$ より，

$\dfrac{|2a+2|}{\sqrt{4a^2+1}}<1$ 両辺2乗して，整理すると，$4a^2+8a+4<4a^2+1$

よって，$a<-\dfrac{3}{8}$ //



(3) 右図において三平方の定理より

$$\left(\frac{PQ}{2}\right)^2+d^2=1$$

$\therefore$ $PQ=\sqrt{2}$ より，$d^2=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore \frac{4a^2+8a+4}{4a^2+1}=\frac{1}{2}$$

$\therefore$ $8a^2+16a+8=4a^2+1$

$4a^2+16a+7=0$

$\begin{matrix}2 & & 7\\ & \times & \\ 2 & & 1\end{matrix}$

$\therefore$ $(2a+7)(2a+1)=0$

$a<-\dfrac{3}{8}$ より，$a=-\dfrac{7}{2},\ -\dfrac{1}{2}$ //