

- 1 整式 $P(x)$ を $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$ で割ると、余りが $x + 8$ である。 $P(16) = 3P(2)$ のとき、 $P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りを求めよ。

2016年第1問

1 整式 $P(x)$ を $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$ で割ると、余りが $x + 8$ である。 $P(16) = 3P(2)$ のとき、 $P(x^2)$ を $Q(x)$ で割った余りを求めよ。

$Q(1) = Q(2) = Q(4) = 0$ であるから 因数定理より、

$$Q(x) = (x-1)(x-2)(x-4)$$

$$P(x) = Q(x) \cdot R(x) + x + 8 \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x^2) = Q(x) \cdot S(x) + ax^2 + bx + c \quad \text{とおく} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } P(1) = 9, \textcircled{2} \text{より, } P(1) = a + b + c \quad \therefore a + b + c = 9 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } P(4) = 12, \textcircled{2} \text{より, } P(4) = 4a + 2b + c \quad \therefore 4a + 2b + c = 12 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1} \text{より, } P(2) = 10, \textcircled{2} \text{より, } P(16) = 16a + 4b + c$$

$$\therefore P(16) = 3P(2) \text{ に代入して, } 16a + 4b + c = 30 \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{より, } 3a + b = 3 \cdots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{より, } 12a + 2b = 18 \quad \therefore 6a + b = 9 \cdots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{6}, \textcircled{7} \text{より, } 3a = 6 \quad \therefore a = 2 \quad \text{このとき, } b = -3, c = 10$$

$$\therefore P(x^2) \text{ を } Q(x) \text{ で割った余りは, } \underline{2x^2 - 3x + 10} //$$