＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする．OABC を 1 辺の長さが 1 の正四面体とする．辺 OA を $1-t:t$ に内分する点を P，辺 OB を $t:1-t$ に内分する点を Q，辺 BC の中点を R とする．また $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．以下の問に答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{QP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ を t，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $\angle\mathrm{PQR} = \dfrac{\pi}{2}$ のとき，t の値を求めよ．

(3) t が (2) で求めた値をとるとき，$\triangle\mathrm{PQR}$ の面積を求めよ．

（神戸大学　2018）

$\boxed{2}$ k を 2 以上の整数とする．また

$$f(x) = \frac{1}{k}\left((k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}}\right)$$

とおく．以下の問に答えよ．

(1) $x > 0$ において，関数 $y = f(x)$ の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ．

(2) 数列 $\{x_n\}$ が $x_1 > 1$，$x_{n+1} = f(x_n)$ $(n = 1,\ 2,\ \cdots)$ を満たすとき，$x_n > 1$ を示せ．

(3) (2) の数列 $\{x_n\}$ に対し，

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ．また $\displaystyle\lim_{n\to\infty} x_n$ を求めよ．

（神戸大学　2018）

$\boxed{3}$ $f(x)=(2x-1)^3$ とする．数列 $\{x_n\}$ を次のように定める．

$x_1=2$ であり，x_{n+1} $(n \geqq 1)$ は点 $(x_n,\ f(x_n))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線と x 軸の交点の x 座標とする．

以下の問に答えよ．

(1) 点 $(t,\ f(t))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線の方程式を求めよ．また $t \fallingdotseq \dfrac{1}{2}$ のときに，その接線と x 軸の交点の x 座標を求めよ．

(2) $x_n > \dfrac{1}{2}$ を示せ．また x_n を n の式で表せ．

(3) $|x_{n+1}-x_n| < \dfrac{3}{4} \times 10^{-5}$ を満たす最小の n を求めよ．ただし $0.301 < \log_{10} 2 < 0.302$，$0.477 < \log_{10} 3 < 0.478$ は用いてよい．

（神戸大学　2018）

$\boxed{4}$ さいころを 3 回ふって，1 回目に出た目の数を a，2 回目と 3 回目に出た目の数の和を b とし，2 次方程式

$$x^2-ax+b=0 \qquad \cdots\cdots(*)$$

を考える．以下の問に答えよ．

(1) $(*)$ が $x=1$ を解にもつ確率を求めよ．

(2) $(*)$ が整数を解にもつとする．このとき $(*)$ の解は共に正の整数であり，また少なくとも 1 つの解は 3 以下であることを示せ．

(3) $(*)$ が整数を解にもつ確率を求めよ．

（神戸大学　2018）

$\boxed{5}$ 整式 $f(x)$ は実数を係数にもつ 3 次式で，3 次の係数は 1，定数項は -3 とする．方程式 $f(x)=0$ は，1 と虚数 α，β を解にもつとし，α の実部は 1 より大きく，α の虚部は正とする．複素数平面上で α，β，1 が表す点を順に A，B，C とし，原点を O とする．以下の問に答えよ．

(1) α の絶対値を求めよ．

(2) θ を α の偏角とする．$\triangle$ABC の面積 S を θ を用いて表せ．

(3) S を最大にする θ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ とそのときの整式 $f(x)$ を求めよ．

（神戸大学　2018）

$\boxed{6}$ 座標空間において，Oを原点とし，A(2, 0, 0)，B(0, 2, 0)，C(1, 1, 0)とする．△OABを直線OCの周りに1回転してできる回転体をLとする．以下の問に答えよ．

(1) 直線OC上にない点P$(x,\ y,\ z)$から直線OCにおろした垂線をPHとする．$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$と$\overrightarrow{\mathrm{HP}}$を$x$，$y$，$z$の式で表せ．

(2) 点P$(x,\ y,\ z)$がLの点であるための条件は

$$z^2 \leqq 2xy \quad \text{かつ} \quad 0 \leqq x+y \leqq 2$$

であることを示せ．

(3) $1 \leqq a \leqq 2$とする．Lを平面$x=a$で切った切り口の面積$S(a)$を求めよ．

(4) 立体$\{(x,\ y,\ z) \mid (x,\ y,\ z) \in L,\ 1 \leqq x \leqq 2\}$の体積を求めよ．

（神戸大学　2018）