＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 四角形 ABCD において，

$$\angle \mathrm{DAB} = \angle \mathrm{DBC} = 90^\circ, \quad \angle \mathrm{BCD} = 60^\circ, \quad \mathrm{AB} = \mathrm{AD}, \quad \mathrm{BC} = 1$$

とする．次の問いに答えよ．

(1) 対角線 BD の長さの 2 乗 BD^2 を求めよ．

(2) 対角線 AC の長さの 2 乗 AC^2 を求めよ．

(3) $\angle \mathrm{BAC} = \alpha$，$\angle \mathrm{ACD} = \beta$ とおくとき，$\cos^2\alpha$，$\cos^2\beta$ を求めよ．

（広島大学　2016）

広島大学

2016年 文系 第2問

数理 石塚K

$\boxed{2}$ 四角形ABCDにおいて，

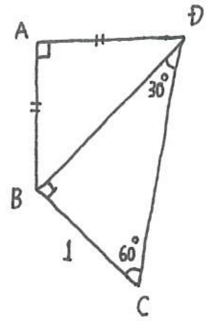
$$\angle DAB = \angle DBC = 90^\circ, \quad \angle BCD = 60^\circ, \quad AB = AD, \quad BC = 1$$

とする．次の問いに答えよ．

(1) 対角線BDの長さの2乗BD^2を求めよ．

(2) 対角線ACの長さの2乗AC^2を求めよ．

(3) $\angle BAC = \alpha$，$\angle ACD = \beta$とおくとき，$\cos^2\alpha$，$\cos^2\beta$を求めよ．



(1) 右図より，$BD = \sqrt{3}$

$\therefore \underline{BD^2 = 3}$ //

(2) $AB = AD = \dfrac{BD}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

余弦定理より，（△ABCにおいて）

$$AC^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 + 1^2 - 2\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot 1\cdot\cos 135^\circ$$

$$= \frac{3}{2} + 1 + \sqrt{3}$$

$$= \underline{\frac{5}{2} + \sqrt{3}} \ //$$

(3) $\cos\alpha = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB\cdot AC}$ $\quad \therefore \cos^2\alpha = \dfrac{(AB^2 + AC^2 - BC^2)^2}{4AB^2AC^2}$

$$\therefore \cos^2\alpha = \frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \sqrt{3} - 1\right)^2}{4\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{5}{2} + \sqrt{3}\right)}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 4}{2\sqrt{3} + 5}$$

$$= \underline{\frac{8 + 2\sqrt{3}}{13}} \ //$$

同様に，$CD = 2$より，

$$\cos^2\beta = \frac{(AC^2 + CD^2 - AD^2)^2}{(2\cdot AC\cdot CD)^2}$$

$$= \frac{\left(\frac{5}{2} + \sqrt{3} + 4 - \frac{3}{2}\right)^2}{4\cdot\left(\frac{5}{2} + \sqrt{3}\right)\cdot 4}$$

$$= \frac{14 + 5\sqrt{3}}{20 + 8\sqrt{3}}$$

$$= \underline{\frac{40 - 3\sqrt{3}}{52}} \ //$$