＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

**1** 以下の問いに答えよ．

(1) 6人を2人ずつ3組に分ける方法は何通りあるか．

(2) 7人を2人，2人，3人の3組に分ける方法は何通りあるか．

(3) A，B，C，D，E，F，G，Hの8人から7人を選び，さらにその7人を2人，2人，3人の3組に分ける．A，Bの2人がともに選ばれて，かつ同じ組になる確率を求めよ．

（岡山大学　2017）

**2** 次の確率を求めなさい．

(1) さいころを2つ投げるとき，出る目の最小公倍数が12になる確率．

(2) さいころを2つ投げるとき，出る目の最小公倍数が12以上になる確率．

(3) さいころを3つ投げるとき，出る目の最小公倍数が20になる確率．

（龍谷大学　2017）

**3** さいころを続けて投げて，数直線上の点Pを移動させるゲームを行う．初め点Pは原点0にいる．さいころを投げるたびに，出た目の数だけ，点Pを現在の位置から正の向きに移動させる．この試行を続けて行い，点Pが10に達するか越えた時点でゲームを終了する．$n$回目の試行でゲームが終了する確率を$p_n$とする．

(1) $p_{10} = \left(\frac{1}{6}\right)^9$となることを示せ．

(2) $p_9$の値を求めよ．

(3) $p_3$の値を求めよ．

（北海道大学　2017）

**4** $n$を2以上の自然数とする．さいころを$n$回振り，出た目の最大値$M$と最小値$L$の差$M-L$を$X$とする．

(1) $X=1$である確率を求めよ．

(2) $X=5$である確率を求めよ．

（京都大学　2017）

**5** 箱の中に1から$n$までの数字が1つずつかかれた$n$枚のカードがある．この箱の中から1枚のカードを取り出して，数字を確かめてからもとにもどす．この試行を3回繰り返し，1回目，2回目，3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ$X$，$Y$，$Z$とするとき，次の各問に答えよ．

(1) $X=Y<Z$になる場合の数を求めよ．

(2) $X$，$Y$，$Z$のうち，少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ．

(3) $X<Y<Z$になる場合の数を求めよ．

（早稲田大学　2017）

**6** 次の条件(ⅰ)，(ⅱ)をともに満たす正の整数$N$をすべて求めよ．

(ⅰ) $N$の正の約数は12個

(ⅱ) $N$の正の約数を小さい方から順に並べたとき，7番目の数は12

ただし，$N$の約数には1と$N$も含める．

（東京工業大学　2017）

**7** 自然数$n$に対して，$3n^3+n$と$n^3+1$の最大公約数を$g$とする．

(1) すべての$n$について，$g \neq 5$であることを示せ．

(2) $g=14$となるような$n$の最小値を求めよ．

（学習院大学　2017）

$\boxed{8}$ 以下の問いに答えなさい．

(1) $x$ を自然数とする．このとき，$x^2$ を 4 で割ったときの余りは，$x$ が偶数のときは 0 であり，$x$ が奇数のときは 1 であることを証明しなさい．

(2) 自然数の組 $(x,\ y)$ について，$5x^2+y^2$ が 4 の倍数ならば，$x$，$y$ はともに偶数であることを証明しなさい．

(3) 自然数の組 $(x,\ y)$ で $5x^2+y^2=2016$ を満たすものをすべて求めなさい．

（慶應義塾大学　2016）

$\boxed{9}$ $x$，$y$ を正の整数とする．

(1) $17x-36y=1$ となる最小の $x$ は $\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) $17x^3-36y=1$ となる最小の $x$ は $\boxed{\text{イ}}$ である．

（早稲田大学　2016）

$\boxed{10}$ $n$ を 4 以上の自然数とする．数 2，12，1331 がすべて $n$ 進法で表記されているとして，

$$2^{12}=1331$$

が成り立っている．このとき $n$ はいくつか．十進法で答えよ．

（京都大学　2016）

$\boxed{11}$ 素数 $p$，$q$ を用いて

$$p^q+q^p$$

と表される素数をすべて求めよ．

（京都大学　2016）

0002178541287999

# 早稲田大学

2016年 スポーツ科学学部 第1問

数理 石井K

1 $x$, $y$ を正の整数とする．

(1) $17x-36y=1$ となる最小の $x$ は $\boxed{ア}$ である．17

(2) $17x^3-36y=1$ となる最小の $x$ は $\boxed{イ}$ である．5

(1) ユークリッドの互除法より

$36=2\times17+2$

$17=8\times2+1$

よって，$1=17-8(36-2\times17)$

$\therefore\ 17\cdot17-36\cdot8=1$ …①

$17x-36y=1$ …②

②−①より，$17(x-17)-36(y-8)=0$

$\therefore\ 17(x-17)=36(y-8)$

17と36は互いに素なので，$x-17$は36の倍数

$\therefore\ x-17=36k$ ($k$：整数) と表せる

$\therefore\ x=36k+17$

$x$は正の整数より，最小のものは，$\underline{x=17}$ //

(2) (1)より，$x=36k+17$

この値が立方数（整数の3乗）となる最小の$k$を求めればよい．ただし，$k\geqq0$とする．

$k=0$ のとき，$x=17$ これは立方数でない

$k=1$ のとき $x=53$ 〃

$k=2$ のとき，$x=89$ 〃

$k=3$ のとき，$x=125=5^3$

$\therefore$ 最小の$x$は，$\underline{x=5}$ //