

1 k を定数とする. 2つの曲線 C_1, C_2 を,

$$C_1 : y = 3x^2 - 6x + k, \quad C_2 : y = x^2$$

と定義する. 曲線 C_1, C_2 はただひとつの共有点 A をもつ.

(1) k の値は $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$ である.

(2) 点 A を通る直線 l をひき, 直線 l と曲線 C_1 との交点を B , 直線 l と曲線 C_2 との交点を C とする. ただし, 点 B, C はいずれも点 A とは異なる点である. 点 B の x 座標を p とすると, 点 C の x 座標は $\text{テ} p + \text{ト}$ であり, 直線 l および曲線 C_1, C_2 で囲まれる部分の面積は

$$\text{ナ} \left| \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}} - p \right|^3$$

となる.

(早稲田大学 2015)

2015年 スポーツ科学学部 第5問

5 k を定数とする. 2つの曲線 C_1, C_2 を,

$$C_1: y = 3x^2 - 6x + k, \quad C_2: y = x^2$$

と定義する. 曲線 C_1, C_2 はただひとつの共有点 A をもつ.(1) k の値は $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$ $\frac{9}{2}$ である.(2) 点 A を通る直線 l をひき, 直線 l と曲線 C_1 との交点を B , 直線 l と曲線 C_2 との交点を C とする. ただし, 点 B, C はいずれも点 A とは異なる点である. 点 B の x 座標を p とすると, 点 C の x 座標は $\frac{\text{テ}}{3} p + \frac{\text{ト}}{-3}$ であり, 直線 l および曲線 C_1, C_2 で囲まれる部分の面積は

$$\frac{\text{ナ}}{4} \left| \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}} - p \right|^3$$

となる.

(1) $3x^2 - 6x + k - x^2 = 0$ が重解をもつので判別式をわとすると.

$$\frac{b}{4} = (-3)^2 - 2k = 0 \quad \therefore k = \frac{9}{2} //$$

(2) $k = \frac{9}{2}$ のとき. $2(x^2 - 3x + \frac{9}{4}) = 0 \quad \therefore 2(x - \frac{3}{2})^2 = 0$ より $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ $\therefore l$ の傾きを m とすると. $l: y = m(x - \frac{3}{2}) + \frac{9}{4}$

$$\therefore 3x^2 - 6x + k - m(x - \frac{3}{2}) - \frac{9}{4} = 0$$

$$3x^2 - (6+m)x + k + \frac{3}{2}m - \frac{9}{4} = 0$$

$$\text{解と係数の関係より. } \frac{3}{2} + p = \frac{6+m}{3} \quad \therefore m = 3p - \frac{3}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に. 点 C の x 座標を q とおくと.

$$x^2 - m(x - \frac{3}{2}) - \frac{9}{4} = 0 \quad \text{において 解と係数の関係より. } \frac{3}{2} + q = m$$

$$\therefore \textcircled{1} \text{ より. } q = \frac{3p-3}{2} //$$

$$S = \int_{\frac{3}{2}}^p (3p - \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}) + \frac{9}{4} - x^2 dx - \int_p^{\frac{3}{2}} (3p - \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}) + \frac{9}{4} - 3x^2 + 6x - \frac{9}{2} dx$$

$$= -\int_{\frac{3}{2}}^p \{x - (3p-3)\} (x - \frac{3}{2}) dx + 3 \int_p^{\frac{3}{2}} (x-p)(x - \frac{3}{2}) dx$$

$$= 4 \left| \frac{3}{2} - p \right|^3 //$$

