______ 年　番号 ______　氏名 ______________________________

$\boxed{1}$ 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える．

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3-2a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ．

(1) すべての自然数 n に対し，a_n は $\dfrac{1}{3} \leqq a_n < \dfrac{1}{2}$ を満たす有理数であることを示せ．

(2) 一般項 a_n を $a_n = \dfrac{p_n}{q_n}$（ただし，p_n，q_n は互いに素な自然数）と既約分数で表したとき，p_{n+1} を p_n と q_n で，q_{n+1} を p_n と q_n でそれぞれ表せ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ．

（お茶の水女子大学　2017）

$\boxed{2}$ $f(x) = 2 - ax$，$g(x) = |bx-2|$ とする．ただし，a と b は $0 < a < b$ を満たす定数である．次の問いに答えよ．

(1) 不等式 $f(x) - g(x) \geqq 1$ を満たす x が存在するための a と b の条件を求めよ．

(2) a と b は (1) で求めた条件を満たしているとする．x と y が

$$f(x) - g(x) \geqq 1, \quad f(x) \geqq y \geqq g(x)$$

をともに満たす範囲を動くとき，$x+y$ の最大値および最小値を求めよ．

（お茶の水女子大学　2017）