＿＿＿年　番号＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ a を正の実数とする．関数 $f(x)=-x^2+4x$ と $g(x)=2|x-a|$ について，次の問いに答えよ．

(1) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの共有点が 1 点となるような a の値を求めよ．

(2) (1) で求めた a の値のときに，$y=f(x)$ のグラフ，$y=g(x)$ のグラフおよび x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．

(3) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフが異なる 2 点で交わるような a の値の範囲と，2 つの交点の x 座標を求めよ．

（琉球大学　2018）

$\boxed{2}$ $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，$a_n=n^2+n+1$ とおく．さらに，実数 x_n，y_n を

$$(a_1+i)(a_2+i)(a_3+i)\cdots(a_n+i)=x_n+y_ni \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める．ただし i は虚数単位とする．次の問いに答えよ．

(1) x_2，y_2 および x_3，y_3 を求めよ．

(2) 自然数 n に対して，$\dfrac{y_n}{x_n}=\dfrac{n}{n+2}$ が成り立つことを示せ．

（琉球大学　2018）

$\boxed{3}$ 関数 $y=e^{\sin x+\cos x}$ $(-\pi \leqq x \leqq \pi)$ の増減，極値，凹凸を調べ，そのグラフをかけ．

（琉球大学　2018）

$\boxed{4}$ 2 つの箱 A，B があり，どちらの箱にも赤玉と白玉が 1 個ずつ入っている．それぞれの箱から，無作為に玉を 1 個取り出し，取り出した玉を交換して箱に戻す操作を繰り返す．n 回の操作の後，箱 A，B のどちらにも赤玉，白玉が 1 個ずつ入っている確率を p_n とする．次の問いに答えよ．

(1) p_1，p_2 を求めよ．

(2) p_n を用いて p_{n+1} を表せ．

(3) 自然数 n に対して，p_n を求めよ．

（琉球大学　2018）

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ．

(1) 今日は日曜日で，10 日後は水曜日である．100 日後および 100 万日後はそれぞれ何曜日か．理由とともに答えよ．

(2) x の方程式 $\log_2(x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-4)=1$ を解け．

(3) 三角形 OAB で，辺 OA を 2 : 1 に内分する点を L，辺 OB の中点を M，辺 AB を 2 : 3 に内分する点を N とする．線分 LM と ON の交点を P とする．$\overrightarrow{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ．

（琉球大学　2018）

$\boxed{6}$ 関数 $f(x)=x|x-3|\ (0 \leqq x \leqq 4)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) 微分係数 $f'(2)$ の値を求めよ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,dx$ の値を求めよ．

（琉球大学　2018）

0002478541257999

琉球大学

2018 年 文系 第 1 問

1 次の問いに答えよ．

(1) 今日は日曜日で，10 日後は水曜日である．100 日後および 100 万日後はそれぞれ何曜日か．理由とともに答えよ．

(2) x の方程式 $\log_2(x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-4)=1$ を解け．

(3) 三角形 OAB で，辺 OA を 2 : 1 に内分する点を L，辺 OB の中点を M，辺 AB を 2 : 3 に内分する点を N とする．線分 LM と ON の交点を P とする．$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ とするとき，$\overrightarrow{ON}$ と $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(1) 7で割った余りを考える．

$10 \to 3$ ∴ 水曜日

$100 \to 2$ ∴ 火曜日 //

$1000000 \to 1$ ∴ 月曜日 //

(2) 真数条件より，$x-1>0$ かつ $x-4>0$

よって，$x>4$ …①

底の変換公式より，$\log_{\frac{1}{2}}(x-4)=-\log_2(x-4)$

$\therefore \log_2(x-1)+\log_2(x-4)=1$

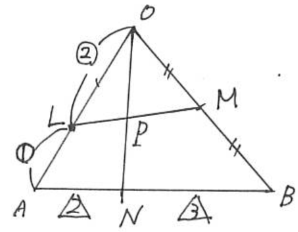
$\log_2(x-1)(x-4)=1$

$\therefore (x-1)(x-4)=2$

$x^2-5x+2=0$

$\therefore x=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ ①より $x=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$ //

(3) $\overrightarrow{ON}=\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$ //



$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{ON}$ とおくと，$\overrightarrow{OP}=\frac{3}{5}k\vec{a}+\frac{2}{5}k\vec{b}$

このとき，$\overrightarrow{LP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OL}=\left(\frac{3}{5}k-\frac{2}{3}\right)\vec{a}+\frac{2}{5}k\vec{b}$

$\overrightarrow{LM}=\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OL}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

$\overrightarrow{LM}=t\overrightarrow{LP}$ を解くと，$t=\frac{17}{8}$，$k=\frac{10}{17}$ ∴ $\overrightarrow{OP}=\frac{6}{17}\vec{a}+\frac{4}{17}\vec{b}$ //

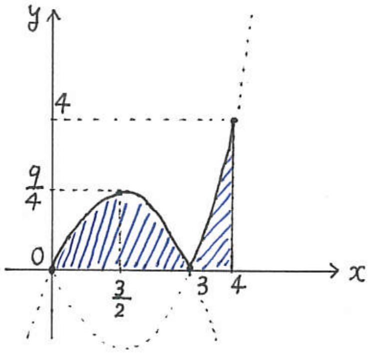
2018年 文系 第2問

$\boxed{2}$ 関数 $f(x) = x|x-3|$ $(0 \leqq x \leqq 4)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ．

(2) 微分係数 $f'(2)$ の値を求めよ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,dx$ の値を求めよ．



(1) $0 \leqq x < 3$ においては，

$$f(x) = x(3-x) = -x^2 + 3x$$

$3 \leqq x \leqq 4$ においては，

$$f(x) = x(x-3) = x^2 - 3x$$

よって，グラフは右のようになる．

(2) (1)より，$f(x) = -x^2 + 3x$ $(0 \leqq x < 3)$

$$\therefore\ f'(x) = -2x + 3$$

$$\underline{f'(2) = -1}\ {}_{\prime\prime}$$

(3) ~~右上図より，~~

$$\int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x)\,dx + \int_3^4 (x^2 - 3x)\,dx$$

$$= \frac{1}{6}\cdot(3-0)^3 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2\right]_3^4$$

$\frac{1}{6}$公式

$$= \frac{9}{2} + \frac{64}{3} - 24 - 9 + \frac{27}{2}$$

$$= \underline{\frac{19}{3}}\ {}_{\prime\prime}$$