

1 4で割って3余る自然数を図のように並べ、上から1段目、2段目、3段目、…とする。このとき、次の問に答えよ。

1段目	7
2段目	11 15
3段目	19 23 27
4段目	31 35 39 43
:	.....

- (1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ。
- (2)  $n$ 段目の左端の自然数を  $a_n$  とする。  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。
- (3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ。
- (4)  $n$ 段目に並んでいる自然数の総和を  $S_n$  とする。  $S_n$  を  $n$  の式で表せ。

(立教大学 2015)

2 座標平面上の曲線  $C: y = x^3 + x^2 + ax$  は、直線  $l_1: y = -x$  と原点  $O(0, 0)$  で接している。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $l_1$  と  $C$  の共有点で  $O$  以外の点を  $P$  とする。点  $P$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $P$  を通る  $C$  の接線  $l_2$  と  $C$  の共有点で点  $P$  以外の点を  $Q$  とする。点  $Q$  の座標を求めよ。
- (4) 点  $Q$  を通る  $C$  の接線  $l_3$  と  $C$  の共有点で点  $Q$  以外の点を  $R$  とする。点  $R$  の座標を求めよ。
- (5) 三角形  $PQR$  の面積を求めよ。

(立教大学 2015)



2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉)第2問

数理  
石井K

2 4で割って3余る自然数を図のように並べ、上から1段目、2段目、3段目、…とする。このとき、次の問に答えよ。

1段目            7  
 2段目         11 15  
 3段目        19 23 27  
 4段目       31 35 39 43  
 :            .....

- (1) 6段目の左から4個目にある自然数を求めよ。  
 (2)  $n$ 段目の左端の自然数を  $a_n$  とする。  $a_n$  を  $n$  の式で表せ。  
 (3) 2015は何段目の左から何個目にあるか答えよ。  
 (4)  $n$ 段目に並んでいる自然数の総和を  $S_n$  とする。  $S_n$  を  $n$  の式で表せ。

(1) 5段目は、47, 51, 55, 59, 63, 6段目は、67, 71, 75, 79, 83, 87

∴ 求める自然数は、79 //

(2)  $\{a_n\}$ : 7, 11, 19, 31, 47, 67, ... より、その階差数列  $\{b_n\}$  は、

$\{b_n\}$ : 4, 8, 12, 16, 20, ...

$$\therefore b_n = 4n$$

$$\therefore a_n = 7 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k \quad (n \geq 2)$$

$$= 7 + 2(n-1)n$$

$$= \underline{2n^2 - 2n + 7} \quad \text{これは } n=1 \text{ のときも成り立つ}$$

(3)  $a_n \leq 2015$  となる最大の  $n$  を求めよ。

$$2n^2 - 2n - 2008 \leq 0$$

$$\therefore n(n-1) \leq 1004 \quad \therefore \text{最大の } n \text{ は、} n = 32$$

32段目は、 $a_{32} = 1991, 1995, 1999, 2003, 2007, 2011, 2015, 2019, \dots$

よって、32段目の左から7番目 //

$$(4) S_n = \frac{1}{2} n \{a_n + \underbrace{(a_{n+1} - 4)}\} \quad \leftarrow \text{等差数列の和の公式}$$

$n$ 段目の右端の自然数

$$= \frac{1}{2} n \{2n^2 - 2n + 7 + 2(n+1)^2 - 2(n+1) + 7 - 4\}$$

$$= \underline{n(2n^2 + 5)} //$$



2015年現代心理(映像)・社会・コミュ(福祉)第3問

3 座標平面上の曲線  $C: y = x^3 + x^2 + ax$  は、直線  $l_1: y = -x$  と原点  $O(0, 0)$  で接している。このとき、次の間に答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $l_1$  と  $C$  の共有点で  $O$  以外の点を  $P$  とする。点  $P$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $P$  を通る  $C$  の接線  $l_2$  と  $C$  の共有点で点  $P$  以外の点を  $Q$  とする。点  $Q$  の座標を求めよ。
- (4) 点  $Q$  を通る  $C$  の接線  $l_3$  と  $C$  の共有点で点  $Q$  以外の点を  $R$  とする。点  $R$  の座標を求めよ。
- (5) 三角形  $PQR$  の面積を求めよ。

(1)  $y' = 3x^2 + 2x + a$  より、原点における  $C$  の接線は、

$$y = ax \quad \text{これと、} y = -x \text{ の係数を比較して、} \underline{a = -1} //$$

(2)  $x^3 + x^2 - x - (-x) = 0$  より、 $x^2(x+1) = 0$

$$\therefore x = 0, -1 \quad O \neq P \text{ より、} \underline{P(-1, 1)} //$$

(3)  $y' = 3x^2 + 2x - 1$  より、 $l_2: y = 0 \cdot (x+1) + 1$

$$\text{よって、} l_2: y = 1$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0 \text{ より、} (x+1)^2(x-1) = 0$$

$$P \neq Q \text{ より、} \underline{Q(1, 1)} //$$

(4)  $l_3: y = 4(x-1) + 1 \quad \therefore l_3: y = 4x - 3$

$$x^3 + x^2 - x - (4x - 3) = 0$$

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$(x-1)^2(x+3) = 0 \quad Q \neq R \text{ より} \underline{R(-3, -15)} //$$

(5) 右の図より、

$$\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 16$$

$$= \underline{16} //$$

