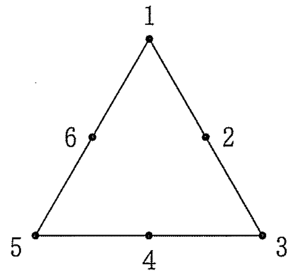
$\boxed{1}$ 辺の長さが2の正三角形Aがある．その頂点と各辺の中点に時計回りに1から6の番号をつける．



さいころを3つ同時に投げ，出た目の番号の点を互いに結んで図形Bを作る．例えば，さいころの目が1，1，1ならば，Bは番号1の点であり，さいころの目が1，2，1ならば，Bは番号1の点と番号2の点を結ぶ線分である．以下の問いに答えよ．

(1) 図形Bが1点となり，かつその点が正三角形Aの頂点と一致する確率を求めよ．

(2) 図形Bが長さ1の線分となる確率を求めよ．

(3) 図形Bが三角形となる確率を求めよ．

$\boxed{2}$ A，Bの2名が次のようなゲームを行う．

0	1	2	3	4	5	6

(i) まずA，Bの2名とも上図の左端の $\boxed{0}$ に自分のコマを置く．

(ii) 1枚の硬貨を投げて出た表裏に応じて自分のコマを動かす．これをA，Bの順に交互に繰り返して，最初に $\boxed{6}$ に到達した者を勝ちとする．

(iii) コマの進み方：1枚の硬貨を投げて表が出たら右に2マスだけ，裏が出たら右に1マスだけ進む．ただし自分の進んだ先に相手のコマがある場合には，相手のコマより1つ左に進む．例えば，自分のコマが $\boxed{3}$ に，相手のコマが $\boxed{4}$ にあるときに自分が硬貨を投げた結果，裏が出たときには $\boxed{3}$ に留まり，表が出たときには $\boxed{5}$ に進む．また，自分のコマが $\boxed{3}$ に，相手のコマが $\boxed{5}$ にあるときに自分が硬貨を投げた結果，裏が出たときには $\boxed{4}$ に進み，表が出たときにも $\boxed{4}$ に進む．

(iv) $\boxed{5}$ にいるときに表が出た場合には $\boxed{6}$ に進むものとする．

このとき以下の問いに答えよ．

(1) A，Bがともに1回硬貨を投げたときのA，Bのコマの位置とそれが起こる確率をすべて求めよ．ただしAのコマの位置が $\boxed{a}$ でBのコマの位置が $\boxed{b}$ のとき，A，Bのコマの位置を $(a,\ b)$ と書くこと．

(2) Bの勝つ確率を求めよ．

$\boxed{3}$ 袋の中に，1の数字を書いたカード，2の数字を書いたカード，3の数字を書いたカードがそれぞれ1枚ずつ入っている．この袋の中から，無作為にカードを1枚取り出して数字を記録し，もとに戻すという試行を6回繰り返す．6個の数字を記録された順に x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6 とし，$x_1(x_2+x_3)(x_4+x_5+x_6)$ を a とおく．次の問いに答えよ．

(1) a が 14 である確率を求めよ．

(2) a が 2 の倍数である確率を求めよ．

(3) a が 2 の倍数であったとき，a の正の約数の個数が 4 である確率を求めよ．

$\boxed{4}$ ある臓器にできる腫瘍Xは悪性と良性の2つの型に分けられ，同時に両方の型であることはない．実際にXがある人とない人の割合は3％と97％であり，Xがある人のうち，悪性の人と良性の人の割合は1：2である．そして，腫瘍Xがあるかないかを調べる検査Yについて，次の事が知られている．

（ｉ）悪性のXがある人にYが用いられると，95％の確率でXがあると判定される．

（ii）良性のXがある人にYが用いられると，80％の確率でXがあると判定される．

（iii）Xがない人にYが用いられると，90％の確率でXがないと正しく判定される．

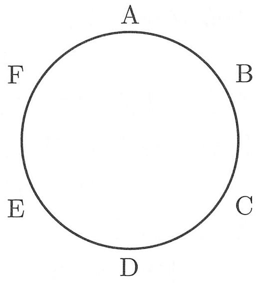
ある人が，この検査Yを受けることになった．このとき，次の確率を求めよ．

(1) この人にXがあると判定される確率

(2) Xがあると判定されたとき，悪性のXが実際にある確率

(3) 悪性のXが実際にないとき，Xがないと判定される確率

5 円卓に A，B，C，D，E，F の 6 人が下の図のように座っており，さいころが 1 個ある．



このとき，次の試行 (*) を繰り返し，得点を獲得していくゲームを考える．ただし，ゲーム開始時は，A がさいころを持っており，各自の持ち点は 0 点であるとする．

(*) さいころを持っている人が，そのさいころを 1 回投げて，出た目を k とする．このとき，投げた人から時計回りに k 人目の人がさいころを受け取り，さいころを受け取った人の持ち点に k 点が加算される．

たとえば，A がさいころを投げて 5 の目が出た場合は，F がさいころを受け取り，F の持ち点に 5 点が加算される．

試行 (*) を 4 回繰り返してゲームを終了する．次の問いに答えよ．

(1) ゲーム終了時に A の持ち点が 0 点である確率を求めよ．

(2) ゲーム終了時に A の持ち点が 5 点である確率を求めよ．

(3) ゲーム終了時に A の持ち点が 5 点であるとき，E の持ち点が 3 点である条件付き確率を求めよ．

6 1 辺の長さが 1 の正六角形において，頂点を反時計回りに P_1，P_2，P_3，P_4，P_5，P_6 とする．1 個のさいころを 2 回投げて，出た目を順に j，k とする．P_1，P_j，P_k が異なる 3 点となるとき，この 3 点を頂点とする三角形の面積を S とする．P_1，P_j，P_k が異なる 3 点とならないときは，$S = 0$ と定める．次の問いに答えよ．

(1) $S > 0$ となる確率を求めよ．

(2) S が最大となる確率を求めよ．

(3) S の期待値を求めよ．

7 AとBが続けて試合を行い，先に3勝した方が優勝するというゲームを考える．1試合ごとにAが勝つ確率を p，Bが勝つ確率を q，引き分ける確率を $1-p-q$ とする．

(1) 3試合目で優勝が決まる確率を求めよ．

(2) 5試合目で優勝が決まる確率を求めよ．

(3) $p=q=\dfrac{1}{3}$ としたとき，5試合目が終了した時点でまだ優勝が決まらない確率を求めよ．

(4) $p=q=\dfrac{1}{2}$ としたとき，優勝が決まるまでに行われる試合数の期待値を求めよ．

広島大学

2014年 第5問

$\boxed{5}$ 1辺の長さが1の正六角形において，頂点を反時計回りに P_1，P_2，P_3，P_4，P_5，P_6 とする．1個のさいころを2回投げて，出た目を順に j，k とする．P_1，P_j，P_k が異なる3点となるとき，この3点を頂点とする三角形の面積を S とする．P_1，P_j，P_k が異なる3点とならないときは，$S=0$ と定める．次の問いに答えよ．

(1) $S>0$ となる確率を求めよ．

(2) S が最大となる確率を求めよ．

(3) S の期待値を求めよ．

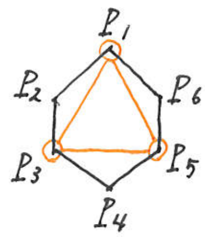
(1) $j \neq 1$ なので．$\frac{5}{6}$

$k \neq 1$ かつ $k \neq j$ となるのは $\frac{4}{6}$ $\therefore \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \underline{\frac{5}{9}}$ //

(2) S が最大 $\Leftrightarrow$ $\triangle P_1P_jP_k$：正三角形

$\therefore (j, k) = (3, 5)$ または $(5, 3)$

$\therefore \frac{2}{36} = \underline{\frac{1}{18}}$ //



(3) 考えられるのは右の4通り．

(iii) となる確率は．$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

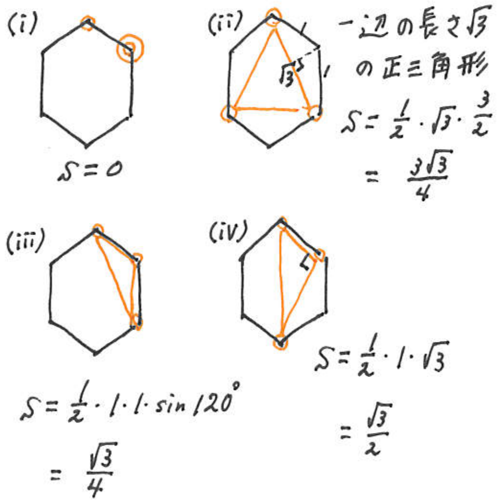
$(j, k) = (2, 3), (3, 2), (5, 6), (6, 5),$
$(2, 6), (6, 2)$ なので

(iv) となる確率は．$\frac{5}{9} - \frac{1}{18} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ (期待値) $= 0 \cdot \frac{4}{9} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{4\sqrt{3}}{24}$

$= \underline{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ //



2014年 文系 第4問

$\boxed{4}$ AとBが続けて試合を行い，先に3勝した方が優勝するというゲームを考える．1試合ごとにAが勝つ確率を p，Bが勝つ確率を q，引き分ける確率を $1-p-q$ とする．

(1) 3試合目で優勝が決まる確率を求めよ．

(2) 5試合目で優勝が決まる確率を求めよ．

(3) $p=q=\dfrac{1}{3}$ としたとき，5試合目が終了した時点でまだ優勝が決まらない確率を求めよ．

(4) $p=q=\dfrac{1}{2}$ としたとき，優勝が決まるまでに行われる試合数の期待値を求めよ．

(1) $\underline{p^3+q^3}$ //

(2) (i) Aが優勝する場合

$\underbrace{○○○○}_{A\,2勝}$Ⓐ

$p^2(1-p)^2\cdot {}_4C_2\cdot p$

(ii) Bが優勝する場合

$\underbrace{○○○○}_{B\,2勝}$Ⓑ

$q^2(1-q)^2\cdot {}_4C_2\cdot q$

(i), (ii) より $6p^3(1-p)^2+6q^3(1-q)^2=\underline{6\{p^3(1-p)^2+q^3(1-q)^2\}}$ //

(3) (2) と同様にして4試合目で優勝が決まる確率は

$p^2(1-p)\,{}_3C_1\cdot p+q^2(1-q)\cdot{}_3C_1\cdot q=3\{p^3(1-p)+q^3(1-q)\}$

∴ 余事象より $1-\underbrace{\dfrac{2}{27}}_{3試合}-\underbrace{\dfrac{4}{27}}_{4試合}-\underbrace{\dfrac{16}{81}}_{5試合}=\underline{\dfrac{47}{81}}$ //

(4) 最短で3試合，最長で5試合で終わる．

$\therefore\ 3\cdot\dfrac{1}{4}+4\cdot\dfrac{3}{8}+5\cdot\dfrac{3}{8}=\underline{\dfrac{33}{8}}$ //

たして1になるかチェック!