

1 xy 平面上に円 $C : x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$ と直線 $l : -3x - 4y + 12 = 0$ がある。このとき、以下の各問に答えよ。

(1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。

(2) 円 D は直線 l に接し、円 C と外接している。また、その中心の y 座標が円 C の中心の y 座標に等しい。円 D の中心の座標と半径を求めよ。

(釧路公立大学 2015)

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leq -x^2 + 4 \\ y \geq -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい。

(2) 点 (x, y) が (1) の領域を動くとき、 $x + y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい。

(福島大学 2016)

2015年 経済 第3問

3 xy 平面上に円 $C: x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$ と直線 $l: -3x - 4y + 12 = 0$ がある。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ。
 (2) 円 D は直線 l に接し、円 C と外接している。また、その中心の y 座標が円 C の中心の y 座標に等しい。円 D の中心の座標と半径を求めよ。

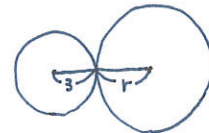
$$(1) C: (x+4)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

\therefore 中心は $(-4, 3)$, 半径は 3 //

$$(2) D: (x-a)^2 + (y-3)^2 = r^2 \quad (r > 0) \text{ とおくと.}$$

$$C \text{ と外接する } \therefore |a - (-4)| = 3 + r$$

$$\therefore |a+4| = 3+r \quad \dots \textcircled{1}$$



中心間のキヨリは $|a - (-4)|$

また、 l に接する \therefore から

$$\frac{|-3a - 4 \cdot 3 + 12|}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}} = r \quad \therefore |-3a| = 5r$$

$$\therefore 3|a| = 5r \quad \therefore a = \pm \frac{5}{3}r \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ の両辺を 2 乗して, } a^2 + 8a + 16 = 9 + 6r + r^2$$

$\textcircled{2}$ を代入する。

(i) $a = \frac{5}{3}r$ のとき.

$$\frac{25}{9}r^2 + \frac{40}{3}r + 16 = 9 + 6r + r^2 \quad (8r+2)(2r+3)=0 \quad \therefore r = -\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}$$

ともに負となり不適

(ii) $a = -\frac{5}{3}r$ のとき

$$\frac{25}{9}r^2 - \frac{40}{3}r + 16 = 9 + 6r + r^2 \quad (8r-3)(2r-21)=0 \quad \therefore r = \frac{3}{8}, \frac{21}{2}$$

$$r = \frac{3}{8} \text{ のとき, } a = -\frac{5}{8}, \quad r = \frac{21}{2} \text{ のとき } a = -\frac{35}{2}$$

\therefore 中心 $(-\frac{5}{8}, 3)$, 半径 $\frac{3}{8}$ または 中心 $(-\frac{35}{2}, 3)$, 半径 $\frac{21}{2}$ //



2016年理工第2問

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leq -x^2 + 4 \\ y \geq -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい。

(2) 点 (x, y) が (1) の領域を動くとき、 $x + y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい。

(1) $y = -x^2 + 4$ と $y = -\frac{1}{2}x + 1$ の交点を求める。

$$-\frac{1}{2}x + 1 - (-x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = 0$$

$$\therefore 2x^2 - x - 6 = 0$$

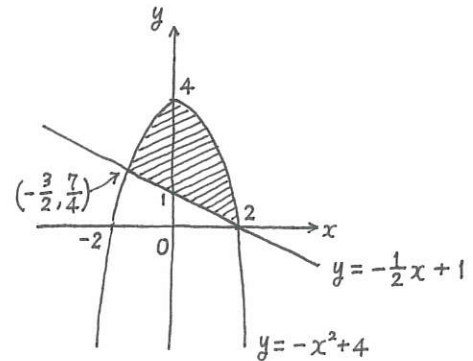
$$\begin{array}{r} 2 \times +3 \\ 1 \times -2 \end{array}$$

$$(2x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, 2$$

$$\text{交点は } \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right), (2, 0)$$

\therefore 求める領域は右図の斜線部分 (ただし境界線も含む)



(2) $x + y = k$ とおくと、 $y = -x + k$

この直線と (1) の領域が共有点をもつ場合を考える

右図より、 k : 最大となるのは、 $y = -x^2 + 4$ と $y = -x + k$ が

接するとき、すなわち $-x + k - (-x^2 + 4) = 0$ が重解をもつとき

$x^2 - x + k - 4 = 0$ の判別式を D とすると、

$$D = (-1)^2 - 4(k-4) = 0 \quad \therefore k = \frac{17}{4}$$

$$\text{このとき、} x = \frac{1}{2}, y = \frac{15}{4}$$

k : 最小となるのは、 $y = -x + k$ が点 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$ を通るときで、 $k = \frac{1}{4}$

以上より、

最大値 $\frac{17}{4}$ ($x = \frac{1}{2}, y = \frac{15}{4}$ のとき)、最小値 $\frac{1}{4}$ ($x = -\frac{3}{2}, y = \frac{7}{4}$ のとき)

