

1 e を自然対数の底とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = 8 \log_e \sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}}$ と定める。このとき、
 $f'(3) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(東邦大学 2016)

2 e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = (e^x)^{e^x}$ は、 $x = \boxed{\text{オカ}}$ のとき極値をとる。

(東邦大学 2015)

3 a を正の実数として、

$$f(x) = \frac{ax + 1}{x^2 + 2}$$

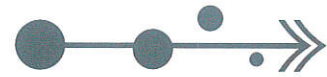
とおく。 $f(x)$ は $x = \frac{4}{3}$ で極値をとるとする。

(1) a の値は $\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $f(x)$ の最小値は $-\boxed{\text{ウ}}$ であり、そのときの x の値は $-\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) k を実数として、座標平面上で曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ を考える。その共有点がただ1つになるのは、 $k = -\boxed{\text{カ}}$ 、 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときである。

(東京理科大学 2014)



2016年 医学部 第1問

 数理
石井K

3

1 e を自然対数の底とし、関数 $f(x)$ を $f(x) = 8 \log_e \sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}}$ と定める。このとき、 $f'(3) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

4

$$f'(x) = 8 \cdot \frac{(\sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}})' }{\sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}}}$$

$$\therefore (\sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}})' = \frac{(\sqrt{9 + x^3})'}{2\sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}}} = \frac{3x^2}{2\sqrt{6 + \sqrt{9 + x^3}} \cdot 2\sqrt{9 + x^3}}$$

$$\therefore f'(x) = 8 \cdot \frac{3x^2}{4 \cdot (6 + \sqrt{9 + x^3}) \sqrt{9 + x^3}}$$

$$\therefore f'(3) = 8 \cdot \frac{27}{4(6+6) \cdot 6}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ ”}$$



2015年医学部第7問

7 e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = (e^x)^{e^x}$ は、 $x = \boxed{-1}$ のとき極値をとる。

$y = (e^x)^{e^x}$ の両辺、対数をとって

$$\log y = e^x \cdot x$$

↓ 対数微分法という

両辺 x で微分すると、

$$\frac{d}{dx}(\log y) = e^x + x e^x$$

($f(x) = e^{x e^x}$ なので
ふつうに微分してもよい)

$$\therefore \frac{dy}{dx} \cdot \frac{d}{dy}(\log y) = (x+1)e^x$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{y} = (x+1)e^x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = y(x+1)e^x$$

$$\begin{aligned} \therefore f'(x) &= (e^x)^{e^x} (x+1)e^x \\ &= (x+1)(e^x)^{e^x+1} \end{aligned}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = -1$$

右の±増減表より

x	...	-1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓		↑

$x = -1$ のとき極値 (極小値) をとる

2014年基礎工第3問

数理
石井K

3 aを正の実数として、

$$f(x) = \frac{ax+1}{x^2+2}$$

とおく. $f(x)$ は $x = \frac{4}{3}$ で極値をとるとする.

(1) a の値は ア イ である.

(2) $f(x)$ の最小値は $-\text{ウ}$ であり, そのときの x の値は $-\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である.

(3) k を実数として, 座標平面上で曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ を考える. その共有点がただ1つになるのは, $k = -\text{カ}$, キ , $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ のときである.

$$(1) f'(x) = \frac{a(x^2+2) - (ax+1) \cdot 2x}{(x^2+2)^2} = \frac{-ax^2 - 2x + 2a}{(x^2+2)^2}$$

$$f'\left(\frac{4}{3}\right) = 0 \text{ より, } f'\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{18(a-12)}{34^2} = 0 \therefore a = 12 //$$

$$(2) a = 12 \text{ より, } f'(x) = \frac{-2(2x+3)(3x-4)}{(x^2+2)^2}$$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ と右の増減表より.

x	...	$-\frac{3}{2}$...	$\frac{4}{3}$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↓	-4	↑	$\frac{9}{2}$	↓

$$f(x) \text{ は } x = -\frac{3}{2} \text{ のとき最小値 } f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{12 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1}{\frac{9}{4} + 2} = -4 \text{ をとる.}$$

$$(3) f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16+1}{\frac{16}{9}+2} = \frac{9}{2} \text{ よりグラフは右のようになる.}$$

$\therefore y = k$ との共有点が1つになるのは,

$$k = -4, 0, \frac{9}{2} //$$

