______ 年　番号 ______　氏名 ______________________________

$\boxed{1}$ 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4$，および $g(x) = |x^2 - 4|$ について，以下の設問に答えよ.

(1) $f(x)$ の頂点の座標を求めよ.

(2) $x = -1$ のときの $g(x)$ の値を求めよ.

(3) $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの $g(x)$ の最大値を求めよ.

(4) 直線 $y = kx + 2$ と $g(x)$ にグラフとの交点が 3 つ以上存在する k の範囲を求めよ.

（旭川大学　2016）

$\boxed{2}$ aを実数の定数とする．2つの関数 $f(x)=x^2-ax+3$ と $g(x)=x^2-(2a+1)x+a^2+a$ について，次の各問に答えよ．

(1) すべての実数 x について，$f(x) \geqq 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(2) $1 \leqq x \leqq 3$ を満たすすべての実数 x について，$f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(3) $g(x) \leqq 0$ を満たすすべての実数 x について，$f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

（高知工科大学　2011）

旭川大学

2016年 経済（２期）第４問

$\boxed{4}$ 2次関数 $f(x)=x^2-4$，および $g(x)=|x^2-4|$ について，以下の設問に答えよ．

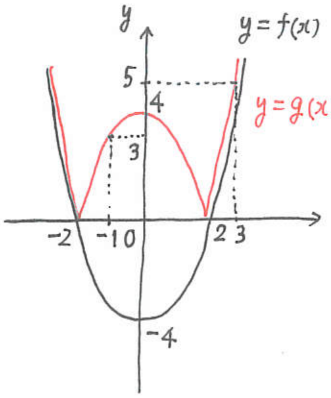
(1) $f(x)$ の頂点の座標を求めよ．

(2) $x=-1$ のときの $g(x)$ の値を求めよ．

(3) $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの $g(x)$ の最大値を求めよ．

(4) 直線 $y=kx+2$ と $g(x)$ にグラフとの交点が3つ以上存在する k の範囲を求めよ．

(1) $(0,-4)$ //



(2) $g(-1) = |(-1)^2-4| = |1-4| = 3$ //

(3) $g(3)=5$

∴ 右の図より 最大値は 5（$x=3$ のとき）//

(4) 直線が $(-2,0)$ を通るのは　$0=-2k+2$　∴ $k=1$ のとき

〃　$(2,0)$ 〃　$0=2k+2$　∴ $k=-1$ 〃

また，この直線は定点 $(0,2)$ を通ることから

$-1 \leqq k \leqq 1$ //

2011年第1問　1枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ aを実数の定数とする．2つの関数 $f(x) = x^2 - ax + 3$ と $g(x) = x^2 - (2a+1)x + a^2 + a$ について，次の各問に答えよ．

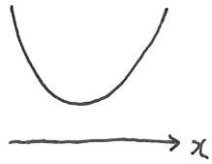
(1) すべての実数 x について，$f(x) \geqq 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(2) $1 \leqq x \leqq 3$ を満たすすべての実数 x について，$f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(3) $g(x) \leqq 0$ を満たすすべての実数 x について，$f(x) > 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(1) 接してもよいので，$x^2 - ax + 3 = 0$ の判別式 D が

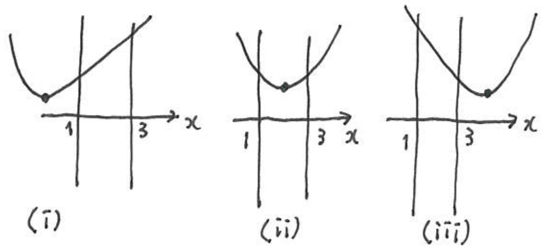
$D \leqq 0$ となればよい．



$\therefore\ D = a^2 - 4 \cdot 3$

$= a^2 - 12$　　$\therefore\ a^2 - 12 \leqq 0$ より．　$\underline{-2\sqrt{3} \leqq a \leqq 2\sqrt{3}}$ //

(2) (i) (頂点の x 座標) $\leqq 1$ のとき．



$y = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 3$ より

$\frac{a}{2} \leqq 1$　すなわち．$a \leqq 2$ のとき．

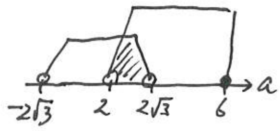
$f(1) > 0$ となればよい　$\therefore\ 4 - a > 0$

$\therefore\ a < 4$，　$a \leqq 2$ とあわせて $\underline{a \leqq 2}$

(ii). $1 < \frac{a}{2} \leqq 3$，すなわち $2 < a \leqq 6$ のとき．

(頂点の y 座標) $= -\frac{a^2}{4} + 3 > 0$ となればよいので　$a^2 < 12$

$\therefore\ -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$，$2 < a \leqq 6$ とあわせて．



$\underline{2 < a < 2\sqrt{3}}$

(iii) $a > 6$ のとき．

$f(3) > 0$ となればよい　$f(3) = 12 - 3a$　　$\therefore\ 12 - 3a > 0$ より $a < 4$

これは $a > 6$ をみたさないので不適

(i)，(ii) より．$\underline{a < 2\sqrt{3}}$ //

$$\begin{array}{ccc} 1 & \times & -a \\ 1 & & -(a+1) \end{array}$$

(3) $g(x) = x^2 - (2a+1)x + a(a+1)$

$= \{x - a\}\{x - (a+1)\}$　　$\therefore\ g(x) \leqq 0 \iff a \leqq x \leqq a+1$

0000215724879999

高知工科大学

2011年 第1問 2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ aを実数の定数とする．2つの関数 $f(x)=x^2-ax+3$ と $g(x)=x^2-(2a+1)x+a^2+a$ について，次の各問に答えよ．

(1) すべての実数 x について，$f(x)\geqq 0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

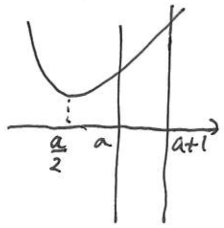
(2) $1\leqq x\leqq 3$ を満たすすべての実数 x について，$f(x)>0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

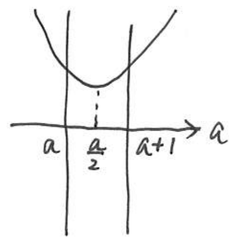
(3) $g(x)\leqq 0$ を満たすすべての実数 x について，$f(x)>0$ が成り立つための条件を a を用いて表せ．

(3) のつづき．

$g(x)\leqq 0 \iff a\leqq x\leqq a+1$

$\therefore$ $a\leqq x\leqq a+1$ をみたす x がすべて $f(x)>0$ をみたせばよい





(i) $\frac{a}{2}\leqq a$ すなわち $a\geqq 0$ のとき．

$f(a)=3>0$ o.k.

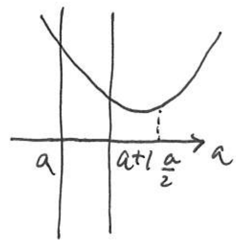
(ii) $a<\frac{a}{2}\leqq a+1$ すなわち $-2\leqq a<0$ のとき

$f\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{2}+3$

$=-\frac{a^2}{4}+3$

$\therefore -\frac{a^2}{4}+3>0$ より． $-2\sqrt{3}<a<2\sqrt{3}$

$-2\leqq a<0$ とあわせて． $-2\leqq a<0$



(iii) $a+1<\frac{a}{2}$ すなわち $a<-2$ のとき

$f(a+1)=(a+1)^2-a(a+1)+3$

$=a+4>0$ $\therefore a>-4$

$a<-2$ とあわせて． $-4<a<-2$

(i)〜(iii) より

$a>-4$