$\boxed{1}$ xy 平面上に円 $C: x^2+y^2+8x-6y+16=0$ と直線 $\ell: -3x-4y+12=0$ がある．このとき，以下の各問に答えよ．

(1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ．

(2) 円 D は直線 ℓ に接し，円 C と外接している．また，その中心の y 座標が円 C の中心の y 座標に等しい．円 D の中心の座標と半径を求めよ．

（釧路公立大学　2015）

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leqq -x^2+4 \\ y \geqq -\dfrac{1}{2}x+1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい．

(2) 点 $(x,\ y)$ が (1) の領域を動くとき，$x+y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい．

（福島大学　2016）

2015年 経済 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ xy 平面上に円 $C: x^2+y^2+8x-6y+16=0$ と直線 $\ell: -3x-4y+12=0$ がある．このとき，以下の各問に答えよ．

(1) 円 C の中心の座標と半径を求めよ．

(2) 円 D は直線 ℓ に接し，円 C と外接している．また，その中心の y 座標が円 C の中心の y 座標に等しい．円 D の中心の座標と半径を求めよ．

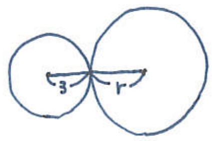
(1) $C: (x+4)^2+(y-3)^2=3^2$

$\therefore$ 中心は $(-4, 3)$, 半径は 3 //

(2) $D: (x-a)^2+(y-3)^2=r^2 \quad (r>0)$ とおくと．

C と外接することから． $|a-(-4)|=3+r$

$\therefore \ |a+4|=3+r \ \cdots ①$



中心間のキョリは $|a-(-4)|$

また，ℓ に接することから

$$\frac{|-3a-4\cdot 3+12|}{\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}}=r \qquad \therefore \ |-3a|=5r$$

$\therefore \ 3|a|=5r \qquad \therefore \ a=\pm\frac{5}{3}r \ \cdots ②$

① の両辺を2乗して， $a^2+8a+16=9+6r+r^2$

② を代入する．

(i) $a=\frac{5}{3}r$ のとき．

$\frac{25}{9}r^2+\frac{40}{3}r+16=9+6r+r^2 \qquad (8r+2)(2r+3)=0 \qquad \therefore r=-\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}$

ともに負となり不適

(ii) $a=-\frac{5}{3}r$ のとき

$\frac{25}{9}r^2-\frac{40}{3}r+16=9+6r+r^2 \qquad (8r-3)(2r-21)=0 \qquad \therefore r=\frac{3}{8}, \frac{21}{2}$

$r=\frac{3}{8}$ のとき． $a=-\frac{5}{8}$ ， $r=\frac{21}{2}$ のとき $a=-\frac{35}{2}$

$\therefore$ 中心 $\left(-\frac{5}{8}, 3\right)$，半径 $\frac{3}{8}$ または 中心 $\left(-\frac{35}{2}, 3\right)$，半径 $\frac{21}{2}$ //

2016年 理工 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leqq -x^2+4 \\ y \geqq -\dfrac{1}{2}x+1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい．

(2) 点 $(x,\ y)$ が (1) の領域を動くとき，$x+y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい．

(1) $y=-x^2+4$ と $y=-\frac{1}{2}x+1$ の交点を求める.

$-\frac{1}{2}x+1-(-x^2+4)=0$

$x^2-\frac{1}{2}x-3=0$

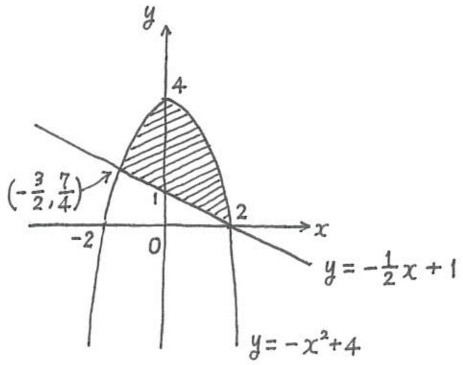
$\therefore\ 2x^2-x-6=0$

$(2x+3)(x-2)=0$

2　+3
1　−2

$\therefore\ x=-\frac{3}{2},\ 2$

交点は $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right)$，$(2,0)$



$\therefore$ 求める領域は右図の斜線部分 (ただし境界線も含む)

(2) $x+y=k$ とおくと，$y=-x+k$

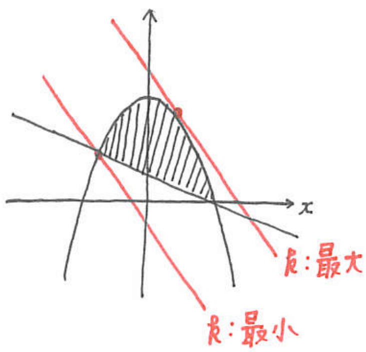
この直線と (1) の領域が共有点をもつ場合を考える

右図より，k:最大 となるのは，$y=-x^2+4$ と $y=-x+k$ が接するとき，すなわち $-x+k-(-x^2+4)=0$ が重解をもつとき

$x^2-x+k-4=0$ の判別式を D とすると，

$D=(-1)^2-4(k-4)=0$　　$\therefore\ k=\frac{17}{4}$

このとき，$x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{15}{4}$



k:最小となるのは，$y=-x+k$ が点 $\left(-\frac{3}{2},\frac{7}{4}\right)$ を通るときで，$k=\frac{1}{4}$

以上より，

最大値 $\frac{17}{4}$ $\left(x=\frac{1}{2},\ y=\frac{15}{4}\text{のとき}\right)$，最小値 $\frac{1}{4}$ $\left(x=-\frac{3}{2},\ y=\frac{7}{4}\text{のとき}\right)$ //