

1 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 関数 $y = \cos 2\theta - 8\cos \theta + 12$ の最大値と最小値を求めよ. また, そのときの θ の値を求めよ.

(獨協大学 2014)

2 $f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする.

- (1) $t = \sin x + \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の関数で表せ.
- (2) t の取り得る値の範囲を求めよ.
- (3) $f(x)$ の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ.

(北海道大学 2013)

3 関数 $y = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta + 2$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\sin \theta = t$ とおくと、 y を t の式で表せ。

(2) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 y の値を求めよ。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 y の最大値および最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(安田女子大学 2013)



2014年文系第2問

2 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数 $y = \cos 2\theta - 8\cos\theta + 12$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

$$y = 2\cos^2\theta - 1 - 8\cos\theta + 12$$

$$= 2\cos^2\theta - 8\cos\theta + 11$$

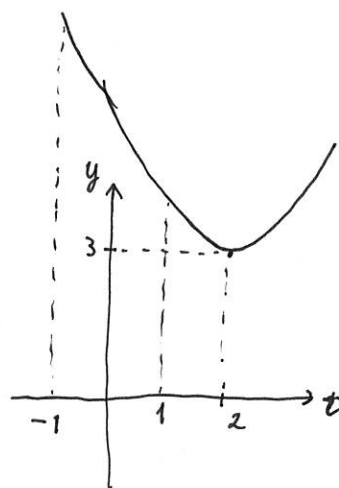
$$t = \cos\theta \quad (-1 \leq t \leq 1) \text{ とおく。}$$

$$y = 2t^2 - 8t + 11$$

$$= 2(t-2)^2 + 3$$

$$\therefore -1 \leq t \leq 1 \text{ より}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{最大値は } t = -1 \text{ のとき } 21 \quad (\theta = \pi) \\ \text{最小値は } t = 1 \text{ のとき } 5 \quad (\theta = 0) \end{array} \right.$$



2013年文系第1問

数理
石井K

1 $f(x) = \sqrt{2} \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) とする.

- (1) $t = \sin x + \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の関数で表せ.
 (2) t の取り得る値の範囲を求めよ.
 (3) $f(x)$ の最大値と最小値, およびそのときの x の値を求めよ.

(1) $t^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ より $\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$

$$\therefore f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} (t^2 - 1) + t \quad \therefore f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} t^2 + t - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) $t = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ であり, $\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{9}{4}\pi$ より.

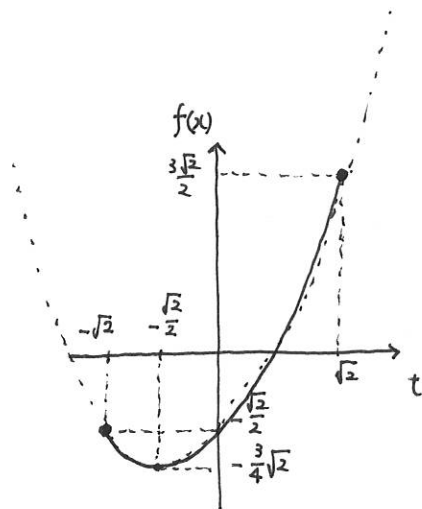
$$-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

(3) (1) より

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{2}}{2} (t^2 + \sqrt{2}t) - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(t + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \frac{3}{4}\sqrt{2} \end{aligned}$$

∴ 右のグラフより.

$$\begin{cases} f(x) \text{ の最大値は } \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (x = \frac{\pi}{4}) \\ \text{最小値は } -\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (x = \frac{11}{12}\pi, \frac{19}{12}\pi) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} t = \sqrt{2} &\Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2}$$

2013年薬学部(A日程)第3問



3 関数 $y = \cos^2 \theta + 2\sin \theta + 2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $\sin \theta = t$ とおくと、 y を t の式で表せ。
 (2) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 y の値を求めよ。
 (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 y の最大値および最小値とそのときの θ の値を求めよ。

(1) $y = 1 - \sin^2 \theta + 2\sin \theta + 2$

$\therefore y = -t^2 + 2t + 3$ //

(2) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 $t = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore y = -\frac{1}{2} + \sqrt{2} + 3 \quad \therefore y = \frac{5}{2} + \sqrt{2}$ //

(3) $y = -(t-1)^2 + 4$, $-1 \leq t \leq 1$ より

\therefore 右のグラフより。

y の最大値 4 ($\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき)、最小値 0 ($\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき) //

