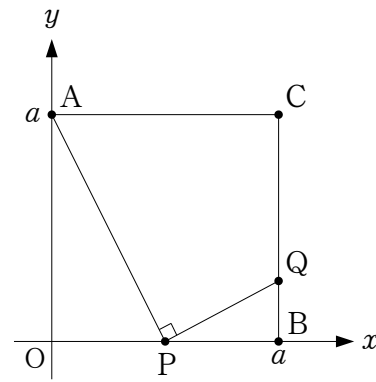


1 正の定数 a に対して、3点 $A(0, a)$, $B(a, 0)$, $C(a, a)$ をとる。線分 OB 上の点 $P(t, 0)$ と線分 BC 上の点 Q において、

$$\angle APQ = 90^\circ$$

が成り立つとき、次の問に答えよ。ただし、 $0 < t < a$ とする。



- (1) 三角形 PBQ の面積 S を a と t を用いて表せ。
- (2) S の最大値とそのときの t の値を a を用いて表せ。

(佐賀大学 2017)

2 a は 0 でない実数とし、関数 $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}(a^2 - 2a)x^2 + 3(a^2 - a^3)x + 5a^3$ の極小値を m とする。

(1) $m = -\frac{\text{ア}}{\text{イ}}a^{\text{ウ}} + \text{エ}a^{\text{オ}}$ である。

(2) m は $a = \text{カ}$ のとき、最大値 $\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$ をとる。

(3) a が (2) の値のとき、 $f(x)$ は $x = \text{コサ}$ で、極大値 シスセ をとる。

(北海道薬科大学 2017)

3 $a \geq 0$ を満たす実数 a に対して、関数

$$f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

の $-1 \leq t \leq a$ における最大値を $g(a)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $g(2)$ と $g(5)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 5$ の範囲で $y = g(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (3) $y = g(x)$ のグラフと x 軸および直線 $x = 5$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(和歌山大学 2016)

2016年文系第4問

4 $a \geq 0$ を満たす実数 a に対して、関数

$$f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

の $-1 \leq t \leq a$ における最大値を $g(a)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $g(2)$ と $g(5)$ を求めよ。
 (2) $0 \leq x \leq 5$ の範囲で $y = g(x)$ のグラフの概形をかけ。
 (3) $y = g(x)$ のグラフと x 軸および直線 $x = 5$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad f'(t) &= 3t^2 - 12t + 9 \\ &= 3(t^2 - 4t + 3) \\ &= 3(t-3)(t-1) \end{aligned}$$

t	...	1	...	3	...
$f'(t)$	+	0	-	0	+
$f(t)$	↗	4	↘	0	↗

∴ $y = f(t)$ のグラフは増減表より
右のようになる。

$$\text{よって、} \underline{g(2) = 4, g(5) = 20} \text{ 〃}$$

$$(2) \quad 0 \leq x < 1 \text{ のとき、} g(x) = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$\begin{aligned} f(t) = 4 &\Leftrightarrow t^3 - 6t^2 + 9t - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-1)^2(t-4) = 0 \\ &\Leftrightarrow t = 1, 4 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 \leq x < 4 \text{ のとき } g(x) = 4$$

$$4 \leq x \leq 5 \text{ のとき、} g(x) = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

以上より、 $y = g(x)$ のグラフは右のようになる。

$$(3) \quad S = \int_0^1 x^3 - 6x^2 + 9x \, dx + 3 \cdot 4 + \int_4^5 x^3 - 6x^2 + 9x \, dx$$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 \right]_0^1 + 12 + \left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 \right]_4^5 \\ &= \frac{11}{4} + 12 + \frac{43}{4} \quad \text{—————} \rightarrow \quad = \underline{\underline{\frac{51}{2}}} \text{ 〃} \end{aligned}$$

