

1 次の問いに答えよ.

- (1) a, b は実数とする. 3次方程式 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ が $1 + i$ を解にもつとき, a, b の値を求めよ. また他の解を求めよ.
- (2) 関数 $y = \cos^2 \theta - 4 \sin \theta + 7$ の最大値と最小値を求めよ. ただし, $0 \leq \theta \leq \pi$ とする.
- (3) 初項 $\frac{2}{3}$, 公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ を考える. 初項から第 n 項までの和 S_n が 0.998 を超える最小の自然数 n を求めよ.

2 整式 $f(x)$ を 3 次式とする. $f(x) + 2x + 2$ が $(x - 1)^2$ で割り切れ, $f(x) - 2x - 2$ が $(x + 1)^2$ で割り切れるとき, $f(x)$ を求めよ.

3 整数 a に対して $P(x) = x^3 - ax^2 + ax - 1$ とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) $P(x)$ を $x - 1$ で割ったときの商を求めよ.
- (2) 3次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような整数 a の値をすべて求めよ.
- (3) 3次方程式 $P(x) = 0$ のすべての解が整数となるような整数 a の値をすべて求めよ.

2016年工・情報・環境学部(A)第1問


 数理
石井K

1 次の問いに答えよ。

- (1) a, b は実数とする。3次方程式 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ が $1+i$ を解にもつとき、 a, b の値を求めよ。また他の解を求めよ。
- (2) 関数 $y = \cos^2 \theta - 4 \sin \theta + 7$ の最大値と最小値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。
- (3) 初項 $\frac{2}{3}$ 、公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ を考える。初項から第 n 項までの和 S_n が 0.998 を超える最小の自然数 n を求めよ。

(1) $x = 1+i$ を方程式に代入して

$$(1+i)^3 + (1+i)^2 + a(1+i) + b = 0$$

$$\therefore 1+3i-3-i+1+2i-1+a+ai+b=0$$

$$a+b-2+(a+4)i=0$$

$$\therefore \begin{cases} a+b-2=0 \\ a+4=0 \end{cases}$$

$$\therefore \underline{a=-4, b=6}$$

このとき、方程式は、

$$x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, 1 \pm i$$

$$\therefore \underline{\text{他の解は } x = -3, 1-i}$$

$$(3) S_n = \frac{\frac{2}{3} \{1 - (\frac{1}{3})^n\}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= 1 - (\frac{1}{3})^n$$

$$\therefore S_n > 0.998 \text{ より}$$

$$1 - (\frac{1}{3})^n > 0.998$$

$$\therefore (\frac{1}{3})^n < 0.002$$

$$\therefore 3^n > \frac{1}{0.002} = 500$$

$$3^5 = 243 \leq 500, 3^6 = 729 > 500 \text{ より } \underline{n=6}$$

$$(2) y = 1 - \sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 7$$

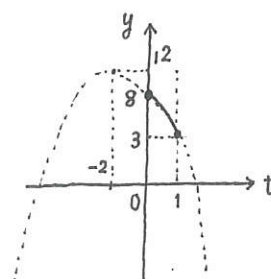
$$= -\sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 8$$

$$t = \sin \theta \text{ とおくと, } 0 \leq \theta \leq \pi \text{ より } 0 \leq t \leq 1$$

$$y = -t^2 - 4t + 8 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$= -(t+2)^2 + 12$$

右のグラフより、

最大値 8, 最小値 3




2016年 社会情報学部 第2問

2 整式 $f(x)$ を3次式とする. $f(x) + 2x + 2$ が $(x-1)^2$ で割り切れ, $f(x) - 2x - 2$ が $(x+1)^2$ で割り切れるとき, $f(x)$ を求めよ.

$f(x)$ は3次式より

$f(x) + 2x + 2$, $f(x) - 2x - 2$ はともに3次式

よって, 定数 a, b を用いて次のように表せる. ただし, $a \neq 0$

$$f(x) + 2x + 2 = a(x-b)(x-1)^2$$

$$\therefore f(x) = a(x-b)(x-1)^2 - 2x - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に, $f(x) - 2x - 2 = a(x-c)(x+1)^2$ (c は定数)

$$\therefore f(x) = a(x-c)(x+1)^2 + 2x + 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②より, $f(1)$, $f(-1)$ を計算して,

$$f(1) = -4 = 4a(1-c) + 4 \quad \therefore a(1-c) = -2 \quad \dots \textcircled{3} \quad \leftarrow \textcircled{3} \text{ は用意したが}$$

$$f(-1) = 4a(-1-b) = 0 \quad \therefore a(1+b) = 0 \quad \dots \textcircled{4} \quad \text{使わなかった}$$

④と $a \neq 0$ より, $b = -1$

このとき①より

$$f(x) = a(x+1)(x-1)^2 - 2(x+1)$$

$$\therefore f(x) - 2x - 2 = a(x+1)(x-1)^2 - 4(x+1)$$

$$= (x+1)\{a(x-1)^2 - 4\}$$

$\therefore a(x-1)^2 - 4$ が $(x+1)$ で割り切れることから

$$4a - 4 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して, } f(x) = (x+1)(x-1)^2 - 2x - 2$$

$$= (x-1)(x^2-1) - 2x - 2$$

$$= \underline{\underline{x^3 - x^2 - 3x - 1}} //$$



2015年 第1問



1 整数 a に対して $P(x) = x^3 - ax^2 + ax - 1$ とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの商を求めよ.
 (2) 3次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような整数 a の値をすべて求めよ.
 (3) 3次方程式 $P(x) = 0$ のすべての解が整数となるような整数 a の値をすべて求めよ.

(1) 実際に割り算を実行すると,

よって, 商は $\underline{x^2 + (1-a)x + 1}$ //

$$\begin{array}{r} x^2 + (1-a)x + 1 \\ x-1 \overline{) x^3 - ax^2 + ax - 1} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ (1-a)x^2 + ax - 1 \\ \underline{(1-a)x^2 + ax - x} \\ x - 1 \\ \underline{x - 1} \\ 0 \end{array}$$

(2) (1) より $P(x) = 0$ は次のように表される

$$(x-1) \{ \underline{x^2 + (1-a)x + 1} \} = 0$$

虚数解をもつ.

∴ (中かこの中身) = 0 の判別式を D とおくと,

$$D = (1-a)^2 - 4 < 0 \quad \therefore (a-1)^2 < 4 \quad \therefore -2 < a-1 < 2 \text{ より}$$

$$-1 < a < 3 \quad a: \text{整数より, } \underline{a = 0, 1, 2} //$$

(3) $x^2 + (1-a)x + 1 = 0$ が整数の解のみをもてばよいので

解を α, β とおく 解と係数の関係より $\alpha\beta = 1$

α, β : 整数より, $(\alpha, \beta) = (1, 1)$ または $(-1, -1)$

$$\therefore \alpha + \beta = a - 1 \quad \therefore a - 1 = 2, -2 \quad \therefore \underline{a = 3, -1} //$$