

1 次の問いに答えなさい。

(1) 連立不等式
$$\begin{cases} y \leq -x^2 + 4 \\ y \geq -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$$
 の表す領域を図示しなさい。

(2) 点 (x, y) が (1) の領域を動くとき, $x + y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい。

(福島大学 2016)



2016年理工第2問

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立不等式 $\begin{cases} y \leq -x^2 + 4 \\ y \geq -\frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ の表す領域を図示しなさい。

(2) 点 (x, y) が (1) の領域を動くとき、 $x + y$ のとりうる値の最大値と最小値を求めなさい。

(1) $y = -x^2 + 4$ と $y = -\frac{1}{2}x + 1$ の交点を求める。

$$-\frac{1}{2}x + 1 - (-x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = 0$$

$$\therefore 2x^2 - x - 6 = 0$$

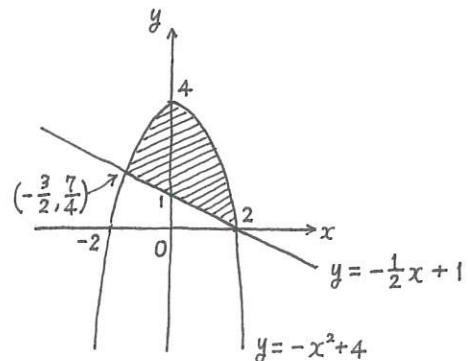
$$\begin{array}{r} 2 \times +3 \\ 1 \times -2 \end{array}$$

$$(2x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, 2$$

$$\text{交点は } \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right), (2, 0)$$

\therefore 求める領域は右図の斜線部分 (ただし境界線も含む)



(2) $x + y = k$ とおくと、 $y = -x + k$

この直線と (1) の領域が共有点をもつ場合を考える

右図より、 k : 最大となるのは、 $y = -x^2 + 4$ と $y = -x + k$ が

接するとき、すなわち $-x + k - (-x^2 + 4) = 0$ が重解をもつとき

$x^2 - x + k - 4 = 0$ の判別式を D とすると、

$$D = (-1)^2 - 4(k-4) = 0 \quad \therefore k = \frac{17}{4}$$

$$\text{このとき、} x = \frac{1}{2}, y = \frac{15}{4}$$

k : 最小となるのは、 $y = -x + k$ が点 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$ を通るときで、 $k = \frac{1}{4}$

以上より、

最大値 $\frac{17}{4}$ ($x = \frac{1}{2}, y = \frac{15}{4}$ のとき)、最小値 $\frac{1}{4}$ ($x = -\frac{3}{2}, y = \frac{7}{4}$ のとき)

