

1 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{7}{8}$ を満たす実数 α , β について, 次の問いに答えなさい. ただし, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする.

- (1) $\sin 2\alpha$ と $\cos 2\beta$ の値を求めなさい.
- (2) $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ が成り立つことを示しなさい.
- (3) $\frac{\pi}{12} < \beta < \frac{\pi}{6}$ が成り立つことを示しなさい.

(山口大学 2017)

2 x, y, z を $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, $0 < z < 1$ を満たす実数とする. 面積が 1 の $\triangle ABC$ において, 辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F を $\frac{BD}{BC} = x$, $\frac{CE}{CA} = y$, $\frac{AF}{AB} = z$ を満たすようにとる. $\triangle AFE$ の面積を S_1 , $\triangle DEF$ の面積を S_2 とおくと, 次の問いに答えなさい.

- (1) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{2}{3}$, $z = \frac{1}{3}$ のとき, S_1 と S_2 を求めなさい.
- (2) S_2 を x, y, z を用いて表しなさい.
- (3) $\triangle ABC$ の重心と $\triangle DEF$ の重心が一致し, かつ $S_2 = \frac{1}{3}$ が成り立つような x, y, z の組 (x, y, z) をすべて求めなさい.

(山口大学 2017)

3 3次関数 $f(x) = x^3$ を考える. 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が, 直線 $y = x$ と交わる点を (b, b) とおく. ただし, $a^2 \geq 1$ とする. このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) b を a を用いて表しなさい.
- (2) 関数 $y = f(x) - x$ の極値を求め, グラフの概形をかきなさい.
- (3) $a - b = \frac{6}{11}$ となるとき, a の値を求めなさい.

(山口大学 2017)

4 x, y を $0 < x < 1$, $0 < y < 1$ を満たす実数とする. 面積が 1 の $\triangle ABC$ において, 辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F を $\frac{BD}{BC} = x$, $\frac{CE}{CA} = y$, $\frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$ を満たすようにとる. $\triangle AFE$ の面積を S_1 , $\triangle DEF$ の面積を S_2 とおくと, 次の問いに答えなさい.

- (1) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{2}{3}$ のとき, S_1 と S_2 を求めなさい.
- (2) S_2 を x, y を用いて表しなさい.
- (3) 2点 D, E が $DE \parallel BA$ を満たしながら動くとき, S_2 の最大値を求めなさい.

(山口大学 2017)

5 初項 a , 公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n で表す. m を自然数とするとき, 次の問いに答えなさい. ただし, $a \neq 0$, $r > 0$ とする.

- (1) $\frac{S_{2m}}{S_m}$ を r と m を用いて表しなさい.
- (2) $\frac{S_{3m}}{S_m}$ を r と m を用いて表しなさい.

(3) $S_m = 4$, $S_{2m} = 20$ のとき, S_{6m} の値を求めなさい.

(山口大学 2017)

6 1 から 6 までの整数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードを横一列に並べる. 左から n 番目のカードに書かれた整数を a_n とするとき, 次の問いに答えなさい.

(1) $a_3 = 3$ である確率を求めなさい.

(2) $a_1 > a_6$ である確率を求めなさい.

(3) $a_1 < a_3 < a_5$ かつ $a_2 < a_4 < a_6$ である確率を求めなさい.

(山口大学 2017)

7 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2ax + 2a^2 - a + 1$ について, 次の問いに答えなさい. ただし, a は正の定数とする.

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表しなさい.

(2) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値が $2a$ となる a の値をすべて求めなさい.

(3) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値を m , 最大値を M とするとき, $3m - 2M + 3 = 0$ を満たす a の値をすべて求めなさい.

(山口大学 2017)

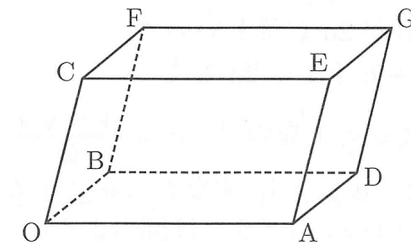
8 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) を考える. xy 平面において, 曲線 $y = f(x)$ を C とするとき, 次の問いに答えなさい.

(1) 関数 $f(x)$ の極値と, 曲線 C の変曲点を求めなさい.

(2) $a > 1$ のとき, 曲線 C , 直線 $x = a$ および x 軸で囲まれた図形の面積を a を用いて表しなさい.

(山口大学 2017)

9 $0 < t < 1$ とする. 平行六面体 $OADB-CEGF$ において, 辺 DG を $2:3$ に内分する点を P , 辺 OC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q , 直線 OP と平面 ABQ との交点を R とする. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問いに答えなさい.



(1) \vec{OR} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , t を用いて表しなさい.

(2) 点 R が三角形 ABQ の重心と一致するとき, t の値を求めなさい.

(3) 直線 AR と直線 BQ との交点が線分 BQ を $3:2$ に内分するとき, t の値を求めなさい.

(山口大学 2017)

10 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{7}{8}$ を満たす実数 α , β について, 次の問いに答えなさい. ただし, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする.

- (1) $\sin 2\alpha$ と $\cos 2\beta$ の値を求めなさい.
- (2) $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ が成り立つことを示しなさい.
- (3) $\frac{\pi}{12} < \beta < \frac{\pi}{6}$ が成り立つことを示しなさい.

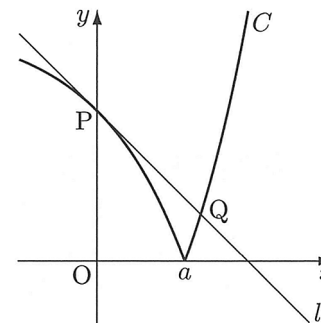
(山口大学 2017)

11 $\alpha = \sin \frac{\pi}{10} + i \cos \frac{\pi}{10}$ とするとき, 次の問いに答えなさい. ただし, i は虚数単位である.

- (1) 複素数 α を極形式で表しなさい. ただし, 偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.
- (2) 2個のさいころを同時に投げて出た目を k , l とするとき, $\alpha^{kl} = 1$ となる確率を求めなさい.
- (3) 3個のさいころを同時に投げて出た目を k , l , m とするとき, α^k , α^l , α^m が異なる3つの複素数である確率を求めなさい.

(山口大学 2017)

12 a を正の実数とし, 関数 $f(x) = |e^x - e^a|$ を考える. xy 平面において, 曲線 $y = f(x)$ を C とし, 曲線 C と y 軸との交点を P とする. 点 P における C の接線を l とすると, C と l は接点 P を含めてちょうど2点を共有する. 点 P と異なる共有点を Q とし, 点 Q の x 座標を b とすると, 図より $b > a$ であることが分かる. このとき, 次の問いに答えなさい. ただし, 必要ならば, 関数の極限の公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を証明なしに用いてもよい.



- (1) 直線 l の方程式を求めなさい.
- (2) $\lim_{a \rightarrow \infty} (b - a) = \log 2$ が成り立つことを示しなさい.
- (3) C と l で囲まれた図形の面積を S とするとき, 極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S}{e^a}$ を求めなさい.

(山口大学 2017)